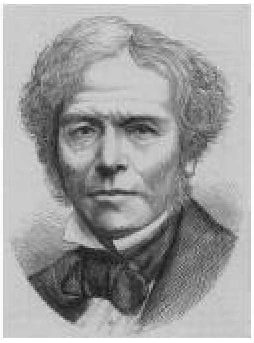
電磁気学基礎論

ファラデー



から、マクスウェル

への手紙

1791-1867　　　　1831-1871

「数学者が物理的な作用の研究にたずさわり、ある結論に到達したとき、それは
普通の言葉を使っても、数式に劣らず不足なく、表現できないものでしょうか。
もし、そういう表現 つまり私たちも実験を通してその研究に参画できるように、
秘密の記号を翻訳した表現ができれば、私などには大変ありがたいのですが。」

１、ファラディーは、物理学、化学に多数の重要な発見をした科学者。実は、学歴はほとんど無く、その当時の有名な科学者の下働きをして学問を収めた。なので、直感に優れ、実験物理に成果が多い。

マクスウェルは、物理学、特に電磁気学の集大成としてマクスウェルの方程式を提案。現在でも、これを電気現象、磁気現象の研究はこれを元にしている。古典物理学から、アインシュタインの相対性理論へのなかだちなったと言う評価もある。

2、電気力線の可視化

電気力線の可視化　(目に見えるようにする)

http://www.scimuseum.kita.osaka.jp/~saito/job/writing/rep/2001/seidenki.htm

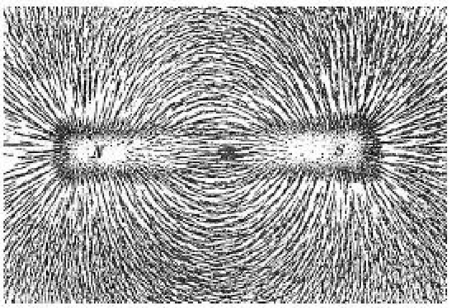
http://karapaia.com/archives/51965391.html

から画像をコピーしました。

一般に「場」、ここでは、電場、磁場を直感的理解しようとするには、〇〇力線、ここでは電気力線、磁力線などをは補助的に用いられることが多い。しかし、思考の補助と言うだけではなく、実際に目に見えるように工夫（可視化）した例を示しておく。もちろん、髪の毛の伸びる方向に電気力線が伸びている。

３、磁力線

磁力線も、可視化できる。（こっちのほうが有名？）



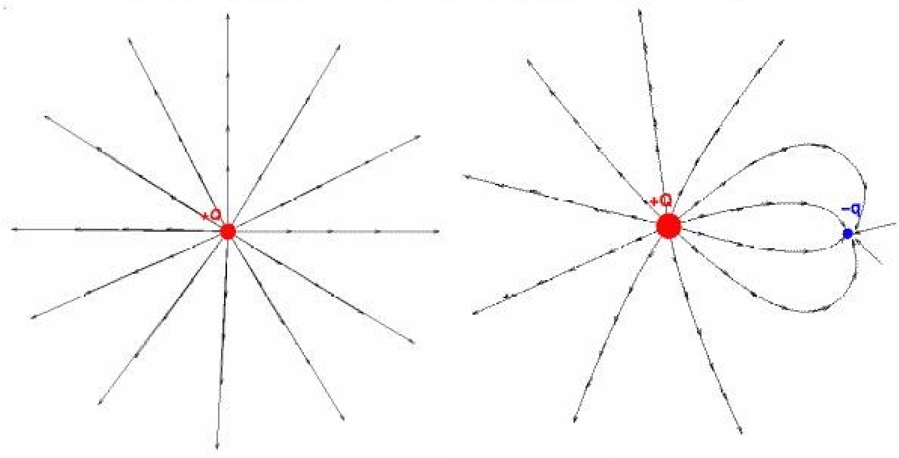
しかし、電荷に相当する「磁荷」は見つかっていない。
この答えは授業の後半で。

可視化の例としては、砂鉄を用いた磁力線の可視化の方がよく知られているだろう。磁気、磁場に関しては、この授業の後半で解説するが、可視化された電気力線が、直線的に遠くまで伸びているように見えるのに対し、磁力線はいつもすぐ近くの反対の符合をもつ磁極の間を結ぶ曲線に見える。

4、電気力線のイメージ

この授業の出発点

電荷からは、電気力線が伸ている



単独の電荷の場合は、放射状に　　複数の電場では配置によって曲線を描く

電気力線は、電荷から伸びる。もし、全世界に電荷が一個しか無ければ、その一個から宇宙の果まで伸びている。前の可視化の例は、出発点になった電荷が大きいため、そのように見えている。しかし、普通にはどこかにある、反対の符合を持つ電荷で終わっている。何も無い点から始まったり、終わったりしないことが重要。

5ページ、電荷、電力線、電場の定量的な定義。

電気力線で構成する電（磁）気学

•大きさ＋Qの電荷からは Q本の電気力線が伸びている。

線の数は整数のはずだが、十分大きいので実数として取り扱う。
電荷との関係に、比例定数を導入することもできる。

•電気力線は＋の電荷から－の電荷まで、または無限遠まで伸びる。

言い換えると電気力線は＋の電荷と－の電荷をつなぐが、一方が無限遠にある場合もある。

•電気力線が満ちている空間の各点には、電気力線の伸びる方向と同じで、大きさ（強さ）が電気力線の密度と、比例定数 $1/\varepsilon_0$ で比例する、「電場ベクトル」が存在している。

つまり、「電気力線の密度」$= \varepsilon_0 \times$「電場ベクトルの大きさ」

•電場（ベクトル）は、電荷に力を与える。

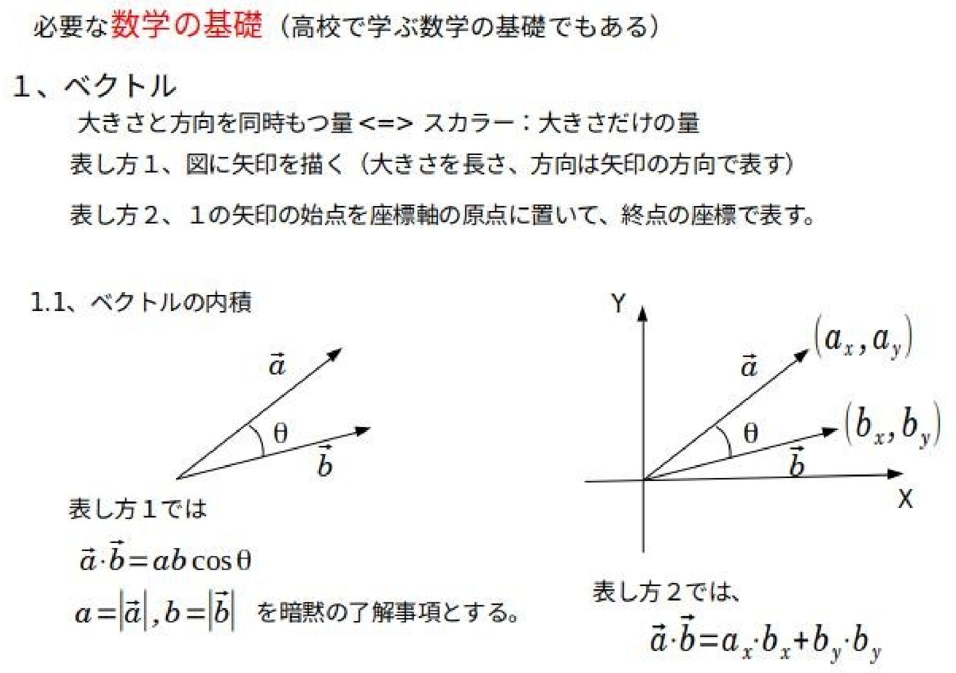
これについては後で定量的に説明する。

これらを用いて、電（磁）気学を始めよう。

ただし、本当の意味で、電気力線一本に相当する電荷は非常に小さくて、逆に言うと電気力線の数は非常に大きく、ほぼ、空間を満たしている。整数として数えると、ものすごく大きな値になってしまう。しかし、適当な「単位」を導入することで、取り扱いやすい数値に換算して、実数として取り扱う。単位については、また別に解説する。

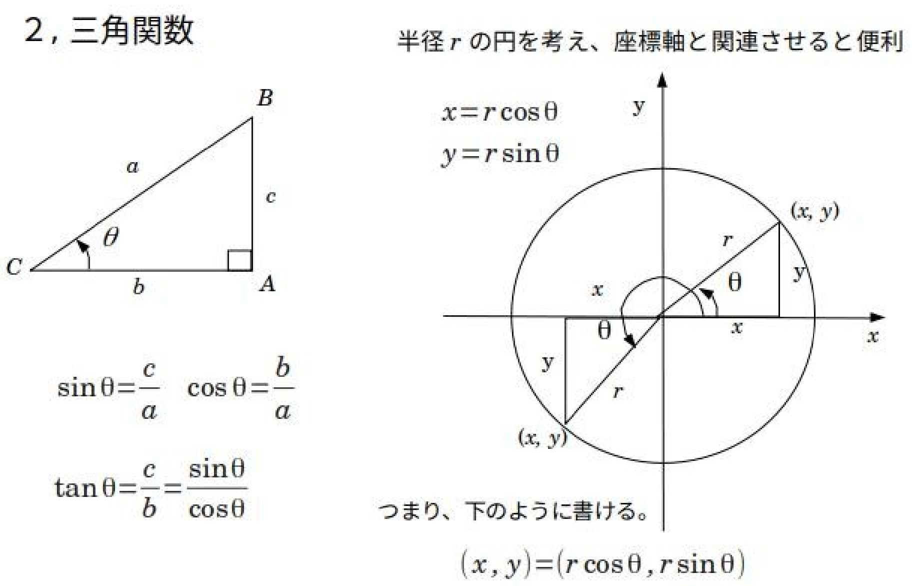
6-10 この授業で使う数学。もし知らないことがあれば、高校の教科書で確認。

6、ベクトル

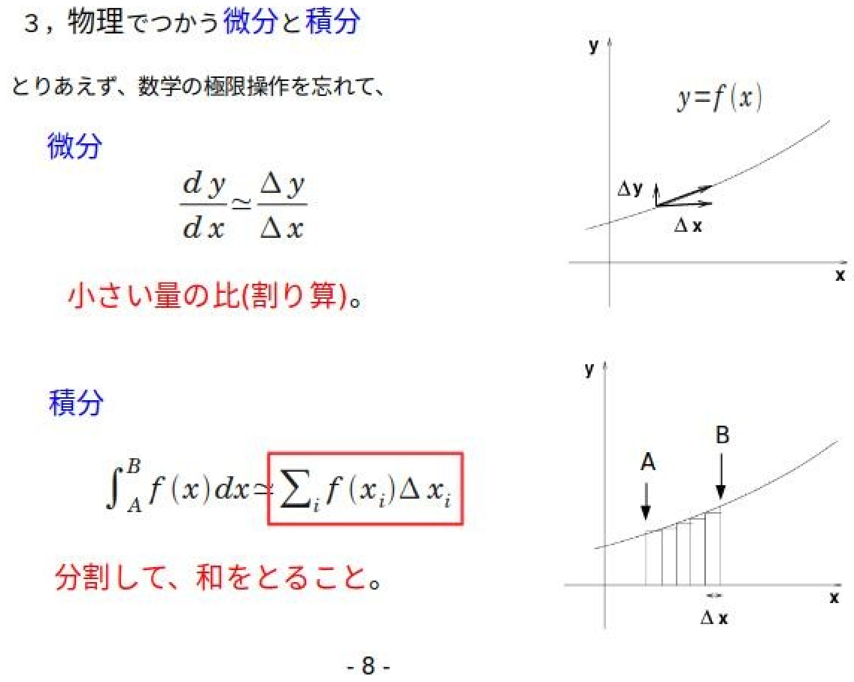


この授業ではベクトルを、頭に矢印「→」を付けて表すが、特殊なベクトルとして、単位ベクトル、つまり大きさが１で、方向を表すだけのベクトルもある。これは頭にハット「＾」を付けて表す。

7、三角関数、直角三角形を用いた理解と、座標軸を使った理解を両方確認する。

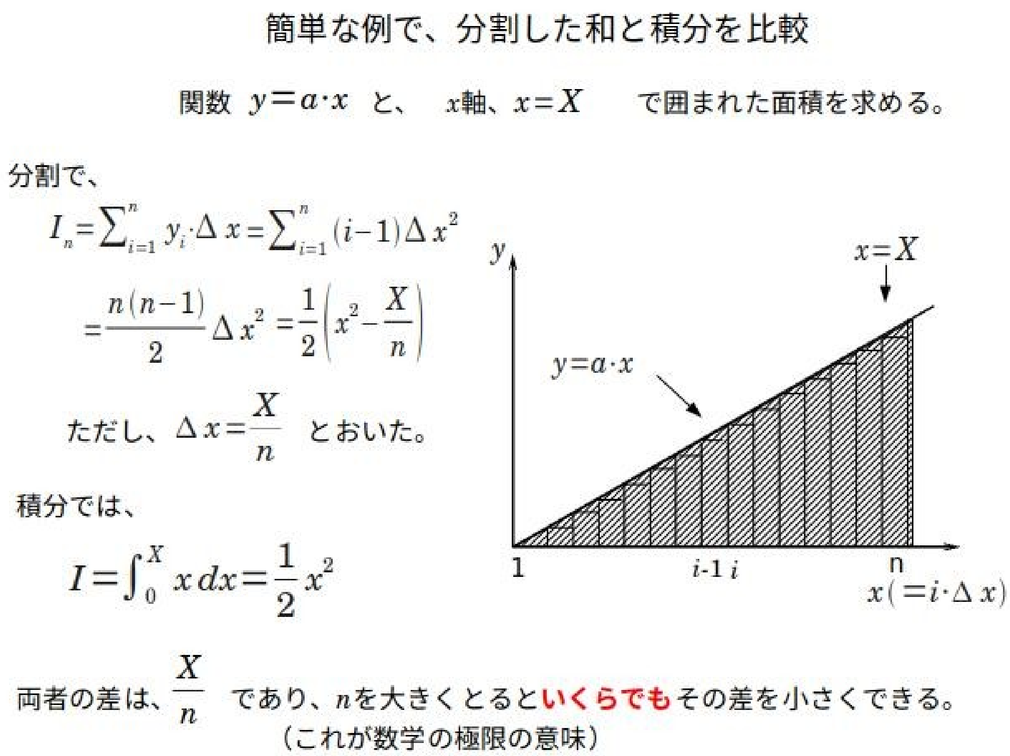


8、微分と積分



簡単に言ってしまうと、微分とは、小さな数の割り算、積分とは、複雑なものを分解して、分割の極限で成り立つ計算をして、その和をとる操作。数学では、例外が無いように定義をしっかり行うが、物理では使えれば良いと割り切ること。（数学の先生にそう言って、怒られても責任はとらない）

9、積分の例



複雑な計算として、車線の三角型の面積の計算（そんなに複雑では無いが）を、ｘ軸を細かく分けで、簡単に面積が計算出来る長方形として、一つのｘ軸の分割の面積を計算、最後に全体の和を取る。

この例は、後で仕事＝エネルギ−を計算する時にもでてくる。

10、覚えておいたほうが良い、微分と積分の公式

それでも、問題が微分・積分に帰着出来る時、
微分・積分の公式は便利だから、覚えておく方が良い。

$$\frac{dx^n}{dx}=n\,x^{n-1} \qquad \int x^n\,dx=\frac{1}{n+1}x^{n+1}+C \quad (n\neq 1)$$

$$\frac{d\sin(ax)}{dx}=a\cos(ax) \qquad \int \sin(ax)\,dx=-\frac{1}{a}\cos(ax)+c$$

$$\frac{d\cos(ax)}{dx}=-a\sin(ax) \qquad \int \cos(ax)\,dx=\frac{1}{a}\sin(ax)+c$$

$$\frac{de^{ax}}{dx}=a\,e^{ax} \qquad \int e^{ax}\,dx=\frac{1}{a}e^{ax}+C$$

$$\frac{d\log_e(x)}{dx}=\frac{1}{x} \qquad \int \frac{1}{x}\,dx=\log_e|x|+C$$

以上が基礎となる微分、積分の公式であり、このぐらい知っていれば十分

授業の中で、実際に微分と積分を計算することは、ほとんどないが、考察を進めると、結果が微分、積分になっていることがある。こういう時は、公式を使ってしまうのが便利。

今日の問題

1、ベクトルの内積について、下の文章の空白を埋め、全体を意味の通る文章を作成して提出せよ。（答えだけでなく、文章全体を自分で書き直すこと）

それぞれ大きさが0（ゼロ）でない二つのベクトル $\vec{a}$ と $\vec{b}$ について、

- 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ が最大になる角度は、$\theta=\boxed{\quad}$ であり、この時 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行であると言う。
- また、最小になる角度は、$\theta=\boxed{\quad}$ であり、この時 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ は反平行であると言う。
- 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ が、0 になるのは、$\theta=\boxed{\quad}$ 、すなわち $\vec{a}$ と $\vec{b}$ が、垂直の時である。

2、下の三角関数を計算せよ（問題の式と合わせ等式の形に書く）

$$\sin^2\theta+\cos^2\theta=$$

$$\frac{\sin\theta}{\sqrt{1-\sin^2\theta}}= \qquad \text{（ただし、}0<\theta<\frac{\pi}{2}\text{ の範囲で）}$$