7 月 10 日の講義解説

144−148 ページ、
電流の代わりに、コンデンサーに蓄えられた電荷を考えると、先週解いた微分方程式と同じ形になる、コンデンサーと抵抗と電磁（起電力）の直列回路を考えて、先週の部分方程式の復習を行った。
物理学実験においては、実際にこの様な回路を作り、コンデンサーの端子電圧の時間変化を測定する。

149 ページ
これまで出てきた積分法則のまとめ。これらは、マクスウェルの方程式に結びついている。

この講義の前半では、電荷と電場を取り扱ったが、そこではガウスの法則がほぼすべてを導いてくれた。後半の磁場が入って、ようやく線積分の法則であるアンペールの法則が現れ、次に電磁誘導の法則が登場した。マクスウェルの方程式から見れば、前半は長いイントロで在ったともいえるが、この基礎電磁気学は、マクスウェルの方程式を学ぶために必要な場に関する知識を学ぶのを、大きな目的としている。

積分方程式の集合ではあっても、電場、磁場におけるガウスの法則の左辺は閉曲面上の面積分、アンペールの法則と電磁誘導の法則の左辺は閉曲線の線積分と、それぞれ 2 つづつであるが、左辺は共通点があるのに対し、右辺はそれぞれの法則はバラバラに見える。

150 ページ
電荷に相当する、磁荷（単磁極、単独の磁極）があったら、

まず磁場におけるガウスの法則を考えた時、閉曲面上の面積積分が 0 以外の値をとりうるのは自明だろう。カウスの法則の観点で言うと、磁気双極子は電荷が作るもので、常に磁力線は閉曲線を成すため、閉曲面を出る時に＋、入る時にーと数えるルールを思い出せば、必ず０になる。しかし、磁荷があればそこから出るだけ、そこへ入るだけの磁力線を考えることが出来るので、閉曲面を通過する磁力線の数は、必ずしも０にならない。

また、閉曲線をなす導線の内を磁荷（単磁極）が通ったとすれば、図にあるように閉曲線に電流を流そうとする起電力を発生させる。電流の場合の電子のように、磁荷が連続的にこの閉曲線をなす導線の内側を通れば、連続的にこの導線に起電力を生じさせることになり、磁荷（単磁極）が存在していれば、電磁誘導の法則に、磁荷の流れの項を付け加えなければならない。

151 ページ
磁荷（単磁極）が存在するとして、整理しなおした積分法則群。

電磁誘導の法則とアンペールの法則に対応が付きそうであるが、本来の電磁誘導の法則にあった磁場の面積分を時間微分した項がアンペールの法則には存在しないことに注意。

152、153 ページ
アンペールの法則に関する、マクスウェルの考察。

マクスウェルはアンペールの法則は、そのままではコンデンサーを充電するような電流が流れる時に、コンデンサーのところで法則が成り立たなくなるので不自然と考えた。コンデンサーは実際にはそこで電荷の移動は止まるので、電流が流れているとは言えないが、コンデンサーを充電している最中はコンデンサー内部の電場が強まることに注目。コンデンサーを断ち切るような平面で電場の面世紀積分をして、その時間変化がコンデンサーの内部において、電流の代役を果たすと考え、アンペールの法則には、電場の面積分による補正項がであると結論した。

154ページ
磁荷の存在を仮定して、アンペールの法則をマクスウェルの考察に従い改良した積分方程式群。
この時マクスウェルの改良したアンペールの法則をアンペール・マクスウェルの法則と呼ぶ。

155ページ
しかし、まだ磁荷（単磁極）は発見されていないので、通常単磁極に関係する項を書かない。この積分方程式群をマクスウェルの方程式の積分形と呼ぶ。

ここで、「積分形」とわざわざ断っていることに注意。それは微分形があるからで、微分形の方が解析的に、（つまりは、紙と鉛筆で）解けるので、現在のように計算機が発達するまでは、微分形で問題を解くことが普通だった。計算機にとって、微分より積分の方が簡単なので、問題によっては積分形を用いて解くことが普通になりつつあるが、一般に微分形の方が見通しを得る上で適している。

156−162ページ、ガウスの法則の積分形から微分形の導き方。

156ページ、
電場におけるガウスの法則を微分形に書き直すため、面積分の復習。

157ページ、
ここで用いる閉曲面と、微小面積のとり方。閉曲面は考えている点を中心に持つ直方体（6面体）で、6面の各面を微小面積に取る。

158−161ページ
積分を書き出し、和（実際には差）を偏微分の定義式の変形で書き直してみる。すると、ここで用いた偏微分表現と、直方体の体積の積になるので、電荷密度を導入すると、ガウガウすの法則は微分形で書けたことになる。

162ページ
微分演算子を用いたガウスの法則の記述。
ここではdivと∇の両方を紹介するが、自分で使うにはどちらか一方に決めたほうが良い。しかし、どちらもよく使われるので、自分が選んだ記述方法とは異なる記述方法があっても理解できる程度にはしておく。

163−168ページ、電磁誘導の法則の積分形から微分形の導き方。

163ページ
線積分の復習（電位の計算）。電位の計算の時に触れたが、電位が定義出来る時は閉曲線上で電場を一周積分すると、０になることが電位の定義が出来る条件出会った。電磁誘導の法則はこの条件を破ることに注意。つまり、磁場が時間的に変化する時は、電位が定義できない。なら、電場はポテンシャルから計算出来ないかと言うと、… 時間が有ったら少し触れたい。

164ページ
電磁誘導の法則を、考えている点を中心とする、xy平面に平行な長方形で考えてみる。これまで長方形辺上で線積分を行ったように、線積分を考える。

165-166ページ

この長方形が十分小さいとして、偏微分でこの積分を表現して、電磁誘導の法則をこの表現で表す。電磁誘導の右辺の面積分の時間微分は、結局考えている点での磁場 z 成分の時間微分になり、この量自体は、空間座標の関数でもあるので、この微分は偏微分に変わる。

167 ページ
ここまで、xy 平面に対して、電磁誘導の法則を考えたが、これを、yz 平面、zx 平面に置き換えてもそのまま議論は成り立つ。このためには、座標を置き換えるれば、この 2 つの平面での考察の結果が得られる。

168 ページ
3 つの平面に対する結果をベクトルの形にまとめる。ここでも微分演算子を用いることができる。通常用いられるのは rot と∇×であるが、∇×は∇と電場ベクトルの外積と考えた形。ガウスの法則と同様、記述のためだけの形式的な利用法であることを注意しておく。
（古い文献などには、rot の代わりに cur と書かれたものもあるが、意味は rot と同じである。）

169 ページ
アンペール・マクスウェルの法則を積分形から微分形へ。

係数を別にすると、アンペール・マクスウェルの法則と電磁誘導の法則の違いは電流の項である。電流を電流密度に置き換えて、微分形がどのようになるか考察する。

170 ページ
電流の微分化の考察を加えた、アンペール・マクスウェルの法則の微分形。

171 ページ
微分演算子を導入したアンペール・マクスウェルの法則の微分形

172 ページ
微分形で書いたマクスウェルの方程式（群）のまとめ。通常は微分形をマクスウェルの方程式（群）と呼ぶ。

磁場に対するガウスの法則はここで微分化を明示しなかったが、電場に対するガウスの法則において電荷密度を 0 にしたものから、この形で書けることは理解できると思う。

繰り返しになるが、
ここでは div と∇の両方を紹介するが、自分で使うにはどちらか一方に決めたほうが良い。しかし、どちらもよく使われるので、自分が選んだ記述方法とは異なる記述方法があっても理解できる程度にはしておく。