

7月5日の講義解説

124-127 ページ

一様な磁場中の電荷の運動を、運動方程式から考えてみる。(124 ページ、同じ問題を考えた先々週の課題の解答) ここには、いくつか数学、物理学の重要な考察があるが、最低限の知識として、磁場中の荷電粒子の運動として、磁力線に荷電粒子が巻き付くように運動することを覚えて欲しい(127 ページの図)。太陽からの荷電粒子、宇宙線を地磁気がシールドする時には、まさにこの現象が起きている。

もう一つ、巻き付かれた磁場の方向は、(正の)荷電粒子の運動の回転と、左ネジ(右ネジの回転と逆)になっていることに注意。荷電粒子が比較的自由に動ける場合、荷電粒子が作る磁場は、そこにある磁場を弱める方向に働く。これは、ある物質では反磁性を持つことの原因と考えられている。特に超電導では、電子は全く抵抗を受けずに運動できるので、その中の磁場を完全に打ち消してしまう。これを強反磁性と呼ぶことがある。

128-130 ページ

荷電粒子が磁場から受ける力は、ローレンツ力で表すことができる。物体の中の電荷も、その物体が磁場中を動いたら、磁場から力を受ける。では、物体は止まっているが、外側の磁場が動いたらどうだろうか。この場合も、物体中の荷電粒子は、磁場から見て運動しているので力を受ける。しかも物体中の荷電粒子にとっては、同じ力を与える電場から力を受けている状態と同じである。

131-133 ページ

では、その物体が円の形をした導体でできた導線で、磁場(磁力線)が外側から内側に流れ込んで来たらどうなるか。円周の一箇所を切って、28-130 ページで考えた、磁場と電荷の相対運動による力を考え、同じ力を与える電場を円周上を積分して、この切り口の両端で比較してみよう。

同体内の荷電粒子には、円周の長さと同じ長さの導線の両端に、この積分と同じ電位差がかかった場合と同じ力が、掛かっていることになる。

もし、この切り口を繋げば、荷電粒子はそのままこの円形の導線の流れ続けることになる。なのでこの円周上の積分は、電流を流す力として働くので、起電力とよばれる。

この起電力の計算のしかたであるが、導線の各箇所で磁場との相対運動を考え、線積分すればよいわけで、導線は閉曲面であればよく、必ずしも円形である必要はない。しかし、計算が複雑になることが予想できる。しかし、各箇所で積分している相対速度は、導線を磁場(磁力線)が単位時間に通過する量でもあるので、閉曲線の内側に入っている磁力線の数を計算できれば、その時間変化をみてやれば、よいことになる。この閉曲線を縁とする面積を考え、そこを通る磁力線の数は、ある平面を通過する電気力線の計算と同様に行うことができる。

変化する磁場の中に置かれた閉曲線を成す導線に発生する起電力は、このように計算した磁力線の数の時間的な変化として、求めることができる。

134-135 ページ

電気的には接触していないが、磁氣的に結合された二つのコイル。

電気的には接続されていないが、磁氣的な結合から、一方のコイルを流れる電流の変化がもう一方のコイルに起電力を発生させることができる。このような現象を相互誘導と呼び、電流の変化率と起電力の大きさの比例定数を相互インダクタンスと呼ぶ、発電所から我々の家庭に運ばれる電力の送電システムの中にはいくつもこの現象を利用したトランスが存在している。

ここで、磁氣的結合と呼んだ構造は、同じ空間をコイルの内部として、持っているような場合や、後で述べるように、強磁性体が円形、無いし四角型な構造を

136 ページ

コイルに流れる電流が他のコイルに起電力を引き起こすのが相互誘導であるが、電流が流れているコイル自身にも、起電力を引き起こす。この現象を自己誘導と呼び、自分自身に発生する起電力と、電流の変化率の比例定数を自己インダクタンスと呼ぶ。

自己インダクタンスは、相互インダクタンスを計算する時の2つ目のコイルの巻線密度、長さなどに、1つ目のコイルのそれらを代入すると計算できる。

137 ページ

実用的なトランス

135 ページにおいて、相互誘導により直接接続されていなくても二つのコイルが磁氣的に結合していると、一方に流れる電流の変化が他方に起電力として伝わることを述べたが、磁気結合部分に、強磁性体を用いると、磁気結合から漏れ出す磁力線を非常に少なく出来る。物質があると、磁場に関する法則は、 μ_0 を μ に置き換えると書いたが、強磁性体では μ/μ_0 （比透磁率と呼ぶ）の値は、数万に達するものもあり、これら強磁性体の内部ではその比率まで増幅されるので、この強磁性体の内部だけで磁力線が一周できれば、磁性体の外に漏れ出す磁力線は実質無視できる。

特に、図で書いたドーナツ型の円形の磁性体の芯は、形状的にももれが出にくい構造で、効率の良いトランスを作ることができる。このように、強磁性体の芯を磁気結合部に持つと、どの位置にコイルの巻線があっても、同じなので、巻線密度の意味が変わり、巻線密度は、巻線が巻き付いた位置が磁性体のどの位置にあっても、巻き付けた数を磁性体芯の長さで割ったものになる。

そのように考え、1つ目のコイルの電流に変化があったと考えて、コイル1に発生する自己インダクタンスによる起電力と、コイル2に発生する相互インダクタンスによる起電力の比は、それぞれのコイルの巻数の比に等しくなる。これがトランスを使って交流電圧の昇圧や減圧を行う原理である。（直流ではこの原理は働かない）

138-141 ページ、

抵抗とコイルが直列につながっている電池が電流を流し続けていると考える。ある瞬間に電池がただの電線に切り替わったとした時、コイルの自己インダクタンスは電流を流し続けようとする。その様子を微分方程式を解いて調べる。

138 ページ

回路の説明と、そこで成り立つ微分方程式について。

139 ページ

起電力を与えていた電池が、ただの電線に切り替わった状態の微分方程式を解いて、

140 ページ

切り替わる前からの電流の変化を時間の関数として図にしめす。時定数がこの関数形で重要な働きを持つことに注意。

141 ページ

起電力が無くなってから電流を流し続けたのは、コイルに蓄えられたエネルギーであると考え、コイルの蓄えられたエネルギーをコイルに流れる電流の関数と、自己インダクタンスで表す。

145 ページ

自己インダクタンスをコイルが無限に長いソレノイドの近似式で与えてみると、コイルに蓄えられたエネルギーは、コイルの体積と

$$u = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

の積で書けることになる。この時 u は磁場の持つエネルギー密度であると考えることが出来る。