

6月26日講義解説

103 ページ (103、104 ページの解説は、授業では少し足りなかったので、補足する)

95 ページで解説したアンペールの法則を応用することで、無限に長く、断面が円形であるソレノイドのつくる磁場を求めてみる。この無限に長い事と、ソレノイドの中心線を軸とした回転対称性が重要で、無限に伸びる方向のどの位置においても、回転対称性を持ち、同じ強さ、方向の磁場がつけられるためには、磁場がソレノイドの中心線に平行な方向の成分だけで出来ていなければならない。つまり、ソレノイドの中心線に垂直な磁場の成分は0である。つまり、BC および DA における線積分は0。

104 ページ

もう一つ、ソレノイドの中心線から離れた位置における磁場の強さは、一つの極限としてソレノイドの巻線を引き伸ばして直線にしてしまった時が一番強く、この時の磁場の強さは、ソレノイドを引き伸ばして作った直線 (ソレノイドの中心軸でもある) からの距離に反比例する (94 ページ)。従って、CD をソレノイドから十分遠くへもっていった所では、上の極限で考えた最大値より磁場は弱くなっているはずなので、CD 上の線積分は0と考えてよい。

という事は、アンペールの法則は AB 上の線積分と、AB の長さに巻き込まれたソレノイドの電線でありたってしまうので、CD をソレノイドの近くにもってきても、その積分は変わらず0であるはず。

このようにして、アンペールの法則から、ソレノイドの内部と、外部の磁場の強さが求まる。

105 ページ

有限の長さのソレノイドはその端で、磁力線が外に漏れ出し、外側だけ見ていると、棒磁石や電気双極子のつくる電気力線と同じように見える。なので、有限な長さのソレノイドは磁気双極子と考えられる。

106 ページ、107 ページ

最小の磁気双極子は一周だけのコイルである。形は円形とは限らない。電気双極子と同様の双極子モーメントが、磁場中で受ける回転力から定義できるが (107 ページ)、どんな形であれ、その面積を長方形で細分化すれば、107 ページで求めた長方形の磁気双極子の和になるので、「面積」x「周囲を流れる電流」のように計算される。

108 ページ

物質と磁場の関係については、とりあえず、常磁性体、強磁性体、反磁性体、の3つがあると覚えて欲しい。強磁性体は周期律表で真ん中付近で8列より広がった付近にある、鉄、クロム、ニッケルなどが代表的なものである。(磁石にくっつく物質と考えてほぼ間違いない。)

109 ページ

物質が磁場と関係を持つのは、物質の原子の中心にある原子核が、スピンのため磁気双極子となっているためと考えられている。原子核が何故スピンを持つかについては、量子力学の知識が必要になるので、ここでは説明しない。しかし、原子核は陽子と中性子で出来ているので、それが回転すれば回転軸の周りを電流が流れているように見えるのは理解できると思う。

ここでは、具体的な構造までは立ち入らず、物質中の磁気双極子とは、物質の中に円状の電流が流れているものと理解して、モデル化する。

110 ページ

具体的に、物質と磁場について考察する前に、磁気双極子と電気双極子のつくるそれぞれの場について考察しておく。電気双極子において強い電場がつけられるのは、二つの電荷の間であり、そこでは電場は電気双極子モーメントベクトルの反対方向を向く。

磁気双極子（面積とその周囲を流れる電流）では、強い磁場をつくるのは、その電流が取り囲んでいる面積においてであり、これは電気双極子との形の違いと理解できる。しかし、強い磁場が向いている方向は、磁気双極子モーメントベクトルと、同じ方向を向いていることが大きく異なる。

111～114 ページ

この様な磁気双極子をたくさん内部に持っている物質に、外側から磁場（外場）が掛かった時、内部の磁気双極子モーメントがどのように変化するかを考察する。全部の磁気双極子が外場の方向を向いてしまうまでは、物質の内部の磁気双極子は、外場の方向に磁場をつくるので、外場を強める。

磁気双極子の方向が揃っていく様子は、前のページで書いた磁気双極子のモデル、半径 r の円周を流れる電流、で考えると、外場の方向から見たときにこの円の面積の平均が増加していくように見える。

115 ページ

アンペールの法則を用いて、磁気双極子の変化を定式化する。思考実験として、無限に長いソレノイドの中に、磁気双極子を内部に持つ物質が置かれた状況を考える。線積分に関しては、最初に調べた（空芯）ソレノイドの場合と同様、ソレノイドの中で、ソレノイドの中心線に平行な線積分だけが生き残る。なので、 AB 積分だけが生き残るが、磁気双極子の寄与は、 AB が磁気双極子を成す面積の中を通る時、周囲を流れる電流の総和が右辺の電流の和に加わる。

116 ページ

ここでは、磁気双極子のモデルとして、同じ半径をもつ円を考えたので、 AB がこの円の中を通る磁気双極子とは、この円の面積と同じ上底面、下底面、および高さ AB の円柱の中に磁気双極子の中心が入っているものである。この様な磁気双極子の数密度を ρ_m として、この数を計算する。

117 ページ

結局、物質中の磁気双極子は、磁気双極子モーメント密度として、物質中の磁場を表す式に関わってくる。ここで、2つの新しい場、磁化（磁気双極子モーメント密度） M と、基本的に物質が無かったとして、ソレノイドの電流だけで計算される H 場、を導入した。 μ_0 を入れたり、入れなかったり不自然な印象を持つと思うが、これは、物質中の電場の取り扱いと同じ形に書くために、このようになっている。とりあえず覚えるしか無い。（121 ページ）

118 ページ

111～114 ページで見たように、物質中の磁気双極子モーメント密度は、外場によって変化する。物質中の電気双極子モーメント密度が物質中の電場の強さに比例すると考えたが、ここでは物質の無い時の磁場の強さ、すなわち、前のページで導入した H 場に比例するものとして、定式化する。ちょっと考え方に違いがあるが、先に書いた、電場との対応が同じ形で書くための工夫の一つである。

119、120 ページ

ここまでの簡単なまとめとして、磁場における物質の影響（119 ページ）と電場における物質の影響（120 ページ）を比較する。電場では真空の誘電率を ϵ_0 物質の誘電率 ϵ で置き換えることで、物質の影響を吸収することが出来たように、磁場でも真空の透磁率 μ_0 を物質の透磁率 μ で置き換えることで物質の影響を吸収することができる。

また、真空中の電場に比例する仮想的場として導入された電束密度は、当然ながら、物質の影響を受けない。同様に真空中の磁場に比例する仮想的場として導入された H 場は、物質の影響を受けない。注意することは、ここで導入した H 場を磁場とよび、89 ページにおいて導入した「磁場」、 B 場は磁束密度と呼ぶのが正式とされている。これは、121 ページにまとめた対応関係では、むしろ電束密度に対応していることによる。

121 ページ

対応関係をまとめた。中程の二つの式に注目して欲しい。繰り返しになるが、物理的に意味のある場は E (電場) と B (磁束密度) であり、 D (電束密度) と H (電場) は物質の無かった状態で計算したものに、単位の変換は伴うが、比例する仮想的な場である。電場と磁場で、物理的な場、仮想的な場が逆転しているのに注意する。なお、磁束密度をただ磁場と呼ぶことも多い。この授業では、特に意識しないかぎり H 場は使わないので、 B 場を単に磁場と呼ぶ。

他にもいろいろ書いたが、内容はこれまで話したことを書き直しただけである。

122 ページ

ソレノイドの中に、物質をおいて、電流をソレノイドを流れる電流を変化させて、物質内部 (実際にははすぐそばの) B 場を測定する実験を考えることが出来る。このようにして、実験的に χ_m 、または μ を実験的に調べることが出来る。この時 $\mu > \mu_0$ であれば常磁性体、 $\mu \geq 10 \times \mu_0$ であれば強磁性体、 $\mu < \mu_0$ ならば、反磁性体と呼ぶ。反磁性体は次回に少し触れたい。

図に示したのは、強磁性体をソレノイドの中に入れ、上の様な実験をした時の結果である。強磁性体では、物質の磁気双極子がつくる磁場の強さが外場と比較しておおきいので、一旦ある程度の磁場が物質の中に出来てしまうと、外場が弱くなっても、物質の磁気双極子のつくる磁場が、磁場の強い状態を保とうとする。たとえソレノイドの電流を 0 にして外場を 0 にしても、強磁性体の内部の磁場は 0 にならない。この時の物質の内部に残った磁場を残留磁気と呼ぶ。

このように、同じ条件を与えて得られる状態が、直前の状態が変わることを、ヒステリシスとよぶ。

(英語の **history** と関連した言葉である。)