6 月 19 日講義解説

先週の「今日の問題」
コンデンサーの極板間の電位差（コンデンサーに掛けた電圧）が、電気容量Cを使って、 $Q=CV$ と書けることを利用すると、コンデンサーに蓄えられたエネルギーが蓄えられた電荷と、極板の電圧によって、

$$U=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}\frac{(CV)^2}{C}=\frac{1}{2}CV^2$$

の二つの表現を得る。なので、
１，蓄えられた電荷が同じなら、電気容量の大きな方が蓄えられるエネルギーは少なく、また、
２，極板間の電圧が同じなら、電気容量の大きな方が蓄えられるエネルギーは大きい。
コンデンサーの電気容量は、極板間が真空であれば、

$$C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

と（良い近似で）書けるが、極板間を誘電体で満たすとコンデンサーの電気容量は

$$C=\frac{\varepsilon S}{d}$$

となる。

ここまでで、ヒントは十分だとおもうので、自分で考察する。

88 ページ
磁場についても、電場と同じように磁力線を考えるが、電気力線と最も異なるのは、磁力線の出発点、終点となる、磁荷（単磁極という方が一般的だが、あえて電場の場合と同じ用語を用いる）が見つかっていない。なら、どうやって磁場、および磁力線がつくられるかというと、電荷が運動している時は、電荷の運動の軌道上で、電荷の近くに、たくさんの磁力線が閉曲線となって巻き付く。閉曲線は始点、終点を持たないことに注意する。運動する電荷が周囲につくる電場を与える式を示す。

電場場合の電気力線は、（１）始点終点にそれぞれ電荷が存在するか、（２）無限遠まで伸びているか、と説明したが、実はもう一つ、（３）閉曲線を成す、も可能性の一つである。しかし磁場の場合は、上で書いたように、磁荷（単磁極）が存在しないため、（１）始点終点にそれぞれ磁荷が存在する、の可能性を考えることが出来ない。なので、磁力線は閉曲線が最も普通のあり方となっている。

もうひとつ、磁場を取り扱うと、回転を表現するベクトルが出てくるが、そのとき「右ネジ」が一つの基準になる。つまり右ねじ（普通ネジは右ねじ）の回転方向と、ネジの進行方向で回転を記述する。この回転方向と進行方向の関係は。右手のひらを親指を立てて軽く握ったときの親指が進行方向を指し、残りの指が回転方向を示している。（写真参照）右ねじを持ち歩かなくとも、右手を握ればよいので便利。

90 ページ
磁場の生成を数式で書こうとすると、外積と呼ばれるベクトルの積が必要になる。よくベクトルの内積と対のように考えられているが、大きな違いがあり、内積ではベクトルとベクトルからスカラー（実数）を作る積であるが、外積ではベクトルとベクトルからベクトルを作る積である。また、89 ページで述べた磁場に関する右ねじの法則もこの外積と関係している。
このページにはいろいろ書いたが、右手系の座標軸の座標軸方向の単位ベクトル $(\hat{\imath},\hat{\jmath},\hat{k})$ の解析を覚えておくのが、おすすめ。右手系座標系は右手で覚えられる（写真参照）る。この写真で親指が x

軸、人差し指がｙ軸、中指がｚ軸になる。こちらも、この３つの指が垂直になるように練習しておくとよい。

91 ページ
電流の定義と、89 ページの電荷により作られる磁場の式を組み合わせると、電流から作られる磁場を与える式が得られる。この物理式をビオサバールの法則と呼ぶ。実は磁場は一個の電荷より、電流の方が相性が良く、電流との間に便利な法則が使える。しかし、ビオサバールの法則を用いると、電流が作る磁場であれば、どんなものでも計算できるので、計算機が発達した現在ではむしろ重宝されている。

92−94 ページ
無限に長い直線電流が作る磁場。実は電流と磁場の相性の良さからもっと簡単に計算できるが、ここでは基本的なビオサバールの法則から計算する。しかし一般性を重視しすぎると無駄に複雑になるので、無限に長い電流を中心に回転させても状況に変化がないこと（回転対称性）を利用して、計算を簡単にしている。外積の演習問題として自分で解いてみるとよい。一部定積分の例題にもなっている。

95 ページ
電流が作る磁場にはアンペールの法則がなりたつ。
完全な証明は、ベクトル解析の知識がないと難しいので、ここではやらない。しかし、前に述べた電流と磁場の関係の便利な法則がこれであり、証明抜きではあるが、つかってしまおう。
なお、磁力線が閉曲線を成すため、電場のガウスの法則のような閉曲面での面積分はいつも０（ゼロ）になり、磁場を計算するために使えない。

この法則は、線積分の法則であり、電流と積分路が絡み合うか、結局解けて外れてしまうかで、積分の値が変わることに注意する。ガウスの法則で、電荷が閉曲面の中にあるか、外にあるかと、この関係は似ている。

96 ページ
電荷が磁場から受ける力。
磁場は運動している電荷からつくられるが、磁場も運動している電荷に力を与える。やはり、運動の方向、磁場の方向、力の方向は外積で決められる。それぞれが垂直の場合、運動の方向をｘ軸 $(\hat{i})$ 、磁場の方向をｙ軸 $(\hat{j})$ 、力の方向をｚ軸 $(\hat{k})$ と覚えておくと良い。（右手では写真参照）

97 ページ
このページでは式が並び難しく感じるかも知れないが、重要なのは、荷電粒子の運動エネルギーの変化を時間で微分して調べることにあるので、ここに注目。96 ページの磁場から受ける力を打移入すると、０になる。すなわち、荷電粒子は磁場から受ける力では運動エネルギーは変化しない。

98 ページ
電流の元になっている、電子の運動に磁場から受ける力を考えることにより、電流が磁場から受ける力を考えることができる。この場合も、電流の方向、磁場の方向、力の方向は外積で決められるので、それぞれが垂直の場合、電流の方向をｘ軸 $(\hat{i})$ 、磁場の方向をｙ軸 $(\hat{j})$ 、力の方向をｚ軸 $(\hat{k})$ と覚えておくと良い。右手の利用は 96 ページと同様。

99 ページ
電流がつくる磁場、磁場が電流に与える力に関連して、説明のためによく用いる例題。
実は、１アンペアの定義はこの実験で決められることになっていた。
これを「今日の問題」にすることも考えたが、外積の応用問題として授業で解説する。