

6月5日、基礎電磁力学講義解説

52-53 ページは先週の講義の続きである。

先週の講義の最後に、電位が与えられた時の電場を求める方法を話したが、あまり簡単すぎない例題をここに示す。クーロン電場の電位は、先週の講義ノート 41-43 ページで示したように、電場（ベクトル関数）より、スカラー関数としてつくることが出来た。ならば、49-50 ページで示した、微分演算子、 ∇ あるいは grad を用いて、スカラー関数の電位から、ベクトル関数の電場をつくることが出来るだろうか。

ここで用いる偏微分は、クーロン電場の電位の特殊性、原点からの距離だけの関数になっていることを利用すると計算が少し楽になる。実行してクーロン電場の電位（スカラー関数）から、クーロン電場（ベクトル関数）が導けることを確認する。

54 ページ

38 ページで考えたような、小さな電荷の極板間の移動を考える。38 ページで考えたように、極板間の電位差と、電荷の大きさで決まる仕事が必要になるが、ここでは実際のコンデンサー（極板の面積が有限）を考えるので、38 ページの場合の様な無限に広い極板を考えると場合と異なり、電荷の移動によって極板間の電位差が少し変化する。

55 ページ

具体的に極板の面積を S 、その間隔が d であるコンデンサーの両極板に、 $\pm Q$ の電荷が蓄えられていたとして、-の極板から電荷 ΔQ を+の極板へ運ぶ事を考え、その時の電場の強さ、極板間の電位差の変化を調べる。-の極板から ΔQ を奪い、+の極板に与えるので、両極板の電荷の絶対値は増加することに注意する。

56 ページ

最初、全く極板に電荷が蓄えられていなかったコンデンサーに、55 ページで見るような電荷の移動が何度も起こり、最終的に両極板に $\pm Q$ の電荷が蓄えられたと考えて、 n 回目の電荷の移動の後の電場と電位差を調べる。（アニメ付き）

57 ページ

56 ページのように、微小な電荷 ΔQ の移動を繰り返し、最終的に両極板に $\pm Q$ の電荷を蓄えられたと考え、その時に必要になる仕事の総量を求める。この計算は9ページで積分を説明したときと同じ計算である。この仕事の総量は、そのままコンデンサーに蓄えられたエネルギーになる。

58 ページ

57 ページでは、コンデンサーに電荷を蓄えた時のエネルギーは、コンデンサーの電気容量を用いて表現されていたが、ここに、有限の大きさのコンデンサーの電気容量を与える表現式を打移入すると、コンデンサーの極板の間の電場の強さでも書け、しかもコンデンサーの極板間の体積と、電場の強さだけの式との掛け算になっている。これは、このエネルギーが、電場の形で蓄えられていることを示唆しており、電場がエネルギー（密度）を持っていることを示している。

59 ページ

何度か「今日の問題」で取り上げた球形コンデンサーでも、蓄えられたエネルギーを考えられることが出来る。球形コンデンサーの電気容量と、極板に電荷が蓄えられた時のコンデンサーが持つエネルギーを示す。

60 ページ

球形コンデンサーの場合、外側の球の半径が無限大になっても、蓄えられたエネルギー、電気容量共に有限である。

61 ページ

電磁気学を学ぶに従い、電子の果たす役割が大きいことに気がつくが、量子力学の登場まで、電子は電荷を持つ以外に重要な性質があるとは思われていなかった。そこで、電子の他の性質、例えば質量も、アインシュタインの相対性理論が $E=mc^2$ と、静止質量とエネルギーの関係を与えたため、電子が作る電場のエネルギーが電子の質量そのものではないかとする考えが生まれた。

仮に、電子が半径 r_e の球体であるとして、電荷がその表面に分布していると考え、60 ページで調べた電荷が分布した球が持つエネルギーを電子のモデルとして、荷電粒子の質量から電子の半径 r_e が求められる。

62 ページ

しかし、これまでは電場に関することを取り扱ってきたことと、数式で表現して、そこで考察を終えてきた。61 ページのように、電場のエネルギーという物理量から、電子の大きさという物理量を具体的に (〇mのように) 求めようとする、単位というものを正しく取り扱うことが必要である。

現在、科学で使われている単位系は MKSA 単位系である。また、教科書などにある、色々な法則を表す式も、MKSA 単位系を前提につくられていて、この単位系を別のものに変えると、一般には法則が違った式で表現されることになる。

MKSA 単位系では、長さにメートル(m)、時間に秒(sec または、s)、質量に kg、それに電磁気学で加わったアンペア(A)を基礎単位とする単位系であり、凡ての物理量は、この4つの基本単位で表現できる。しかし、単位を組み合わせてゆくと、個々の物理量の単位の表現が複雑になりすぎるので、この4つに加え、いくつかの物理量には、物理量独自ではあるが、MKSA 単位系と対応の良い単位を与えたものが、国際的に標準化され、これを SI 単位系 (国際単位系、International Systemo units) とよぶ。例えば、コンデンサーの電極の電位差、電池の電圧などを表す V (ボルト)は SI 単位であり、基本単位だけで表すと $kg\ m^2\ sec^3\ A^{-1}$ となる。

*授業では、SI 単位系を、標準単位系と呼んだが、改めて検索してみると、SI 単位系の訳語に、見つからなかったのが、スライドを含め、国際単位系と修正する。普通には単に、SI 単位系と呼ばれる。

63 ページ

かつては、単位はそれぞれの単位の原器がつかわれており、物理量はそれらを元に測定していたが、現在は単位の原器はつかわれていない。その代わりに物理的な定数を、単位の定義につかっている。写真で示したのは、2017年に決められた、単位の元になる物理定数とその数である。

例えば光の速度は、 $c=299292458$ m/sec と数値が決まっており、もし今後の測定でこれと違った値が得られたときには、距離(m)か時間(sec)の定義が変わる。別の言い方をすると、距離と時間は独立な単位をもつ物理量ではなく、 $1m$ とは、 $1/c=1/299292458$ 秒に光が進む距離として、距離の単位が再定義された、という意味である。

64 ページ

電子の古典半径の具体的計算は、単位の理解に役にたつので、関わってくる物理量と具体的計算をここに示す。注意するのは、このような計算においては、本来の MKSA の基本単位で物理量を表しておく、自動的に目的の物理量の単位が計算されて出てくることである。