

第2回目の授業では、電場の性質を理解するために必要な道具を揃える。

23ページ

「重ね合わせの原理」

現実の電荷は、結局物質を構成する、原子の中の電子（-）、原子核（+）が元になっている。本来電子の数と、原子核の中の陽子の数は、一個の原子当たり同じ数であり、それぞれの電荷は絶対値がひとしく、符号が反対であるため、電荷の合計はゼロになるはずだが、僅かな数の電子は原子を離れ移動するため、電子が過剰な状態になった物体の領域では、負の電荷が分布したように周囲に電場を作り、電子が不足した状態になった物質では、正の電荷の分布として周囲に電場をつくる。すなわち、今回の授業で取り扱うような「電荷が分布した」状態は、この様につくられる。

ただし、化学でアボガドロ数（ $\sim 6.022 \times 10^{23}$ ）を学んでいると思うが、通常取り扱う物質は、アボガドロ数ぐらい数の原子が構成している。なので、移動している電子の数は、これに比べ極わずかの量であり、電場以外の変化を認めることは無い。

原子核と電子がどんな配置になっていようと、それぞれの位置すべてわかっているならば、このページに書いた重ね合わせの原理と、クーロン場の知識で、電場を計算出来るはずだが、アボガドロ数程度の数の原子核、電子を取り扱うことは現実的ではない。

24ページ

しかし、重ね合わせの原理とガウスの法則を合わせると、簡単な考察によってつくられる電場を調べることが可能になる。これに用いられる重ね合わせの法則と組み合わせた、「新しいガウスの法則」を示す。

ガウスの法則で用いる閉曲面上での面積分は、閉曲面の外側に電荷があれば、積分値が0であるが、閉曲面の内側に電荷があれば、それぞれの電荷は閉曲面上の面積分に、[電荷の大きさ] $\times 1/\epsilon_0$ の積分値を与えるので、結局閉曲面上の面積分は、[閉曲面の中の電荷の合計] $\times 1/\epsilon_0$ となる。

25ページ

適当な対称性があると、「新しいガウスの法則」はさらに有効で、電場を求めることが一層簡単になる。代表的であり、かつ重要な例を二つ示す。

この二つの例は、電磁気学の理解に重要で、この授業でも何度も現れるばかりでなく、電磁気学の応用の面でも重要である。

26ページ

図で見ると、こんな感じ。孤立した帯電した物体は、少し離れてみると、球対称な場合に似ているし、カイワレ大根の例では、平面に密集した粒子から線が伸びる時、その方向が平面に垂直になることが見て取れる。ただし、カイワレ大根の発芽は、片方（上方）に限られる。

27ページ

球対称な場合の例として、球面に電荷が一様に分布している場合について、さらに詳しく調べる。見て判ると思うがクーロン場を求めるときにも、この対称性を使っている。

ここで重要なのは、球対称な場合には、同じく球対称な球面上の面積分は、「球の表面積」と「電場の強さ」の積になることである。

28ページ

クーロン場を求めた時との大きな違いは、電荷が分布した球面の内側に電場が存在しない領域ができることである。この性質は重要で、後に電場のエネルギーを考える時にもう一度述べるが、点電荷がつくる電場のエネルギーを計算すると無限大になり、「点電荷」は不自然な存在であることが判る。

だから、通常電子、原子核は点電荷として理解されるが、それに伴うエネルギーを考える時は、ここで見るように、球の表面に電荷が分布したものと考える方が自然である。（最終的理解には量子力学が必要。）

29ページ

無限に広い平面に電荷が一様に分布する場合

無限に広い平面を実現するのは現実には不可能であるが、十分に広い平面の中央付近と考えればよい。あえて存在しない無限に広い平面を考察する理由は、その場合に使える対称性があるからで、これを利用して考察すれば問題が単純化される。

ガウスの法則を応用するためには、適当な閉曲面を考える必要があるが、これはあくまで仮想的な閉曲面であるので、対称性を満たす電場の考察に最も適したものを考える。

具体的には、無限に広い平面に平行な平面（の一部）と垂直な面（の一部）でガウスの法則を適用する閉曲面を構成する。

この様に閉曲面を取ると、法線ベクトルの向きから、無限に広い平面に平行な平面上の面積分は、「積分する面積」と「電場の強さの積」、無限に広い平面に垂直な面上での積分は0になり、積分がずっと簡単になる。

30ページ

具体的に、面積分の値を使って、この閉曲面の内側の電荷と比較してみる。

ここで、気を付けなければならないのは、鏡面对称性があることで、無限に広い平面の上下をひっくり返しても状態が変わらない、ということは、電気力線、すなわち電場は平面の反対方向にも同様に伸びていることである。

もう一つ、ここでは電荷の大きさというのは、無限大になってしまうので、取り扱う量としては、平面上の電荷の面密度（ σ ）と言うことになる。

31ページ

改めて描くほどのことでも無いかも知れないが、鏡面对称性を実感するために、無限に広い平面を上下方向に描いて、電場の方向を描いて置く。

次のページのコンデンサーの説明のため、次のページと同じ方向に平面を置いた図を示す。

32ページ

無限に広い平面を2面考え、それぞれに異なった符号を持つ電荷を同じ面密度で一様に分布させる。その2枚の平面を平行に置いて出来る電場は、23ページで書いた「重ね合わせの原理」を満たしている。

重ね合わせという言葉から、同じ方向の電場が強め合う事は理解しやすいと思うが、反対方向の電場を重ね合わせると、電場を弱め合うことになることに注意して欲しい。正確に同じ大きさで、反対向きの電場を重ね合わせると、両方の電場はキャンセルして、電場が消えてしまう。

33ページ

無限に広い平面を2面考え、それぞれに異なった符号を持つ電荷を同じ面密度で一様に分布させ、その2枚の平面を平行に置くと、けっきょくその2枚の平行な平面の間だけに電場は閉じ込められた形になる。この時それぞれの平面を、その電荷の符合の極板と呼び、そのような構造をコンデンサー（英語、condenser）と呼ぶ。

31ページの図では、電気力線は無限に伸びている様に描かれているが、コンデンサーでは、電気力線は狭い範囲に閉じ込められてしまう。中間的なイメージとして、32ページのようにコンデンサー

の極板の外に伸びた電気力線がそれぞれ無限遠まで伸びている状態を考えることが出来るが、無限遠で反対向きの電気力線に結びついて、それが極板の位置まで縮んでしまったのが、このページの電気力線のイメージと考えることが出来る。つまり、電気力線は縮まろうとする性質をもっている。この理由については、後ほど電場のエネルギーと一緒に考察する。

コンデンサーという言葉は電気に関するものだけではなく、一般に圧縮して貯め込むような装置につけられる名前である。例として、蒸気機関で、ピストンを押した蒸気を冷やして水に戻す装置（復水器）もコンデンサーと呼ばれることがある。こちらは蒸気を閉じ込める装置としてこの言葉がつかわれているのに対して、電気のコンデンサーは電場を閉じ込める装置ということが出来る。

32 ページ

実際のコンデンサーに置いては、極板の面積は有限なので、その上の「全電荷」を考えることが出来る。この「全電荷」と「電荷密度」の関係を考える。

前のページまでに、コンデンサーについて得られた関係は、無限に広い2つの平面で構成されたコンデンサーにおいて厳密に成り立つべきものであるが、これらの関係に実際のコンデンサーで定まる電荷密度を代入して、実際のコンデンサーにおいても近似的に成り立つものと考えることが出来る。

33 ページ

今日の問題で考える2つの球面も、その2つの球面の間に電場を閉じ込めるので、コンデンサーを成していると考えることが出来る。この授業でも後でこの結果を使うので、単に課題として提出するだけでなく、よく考えて欲しい。