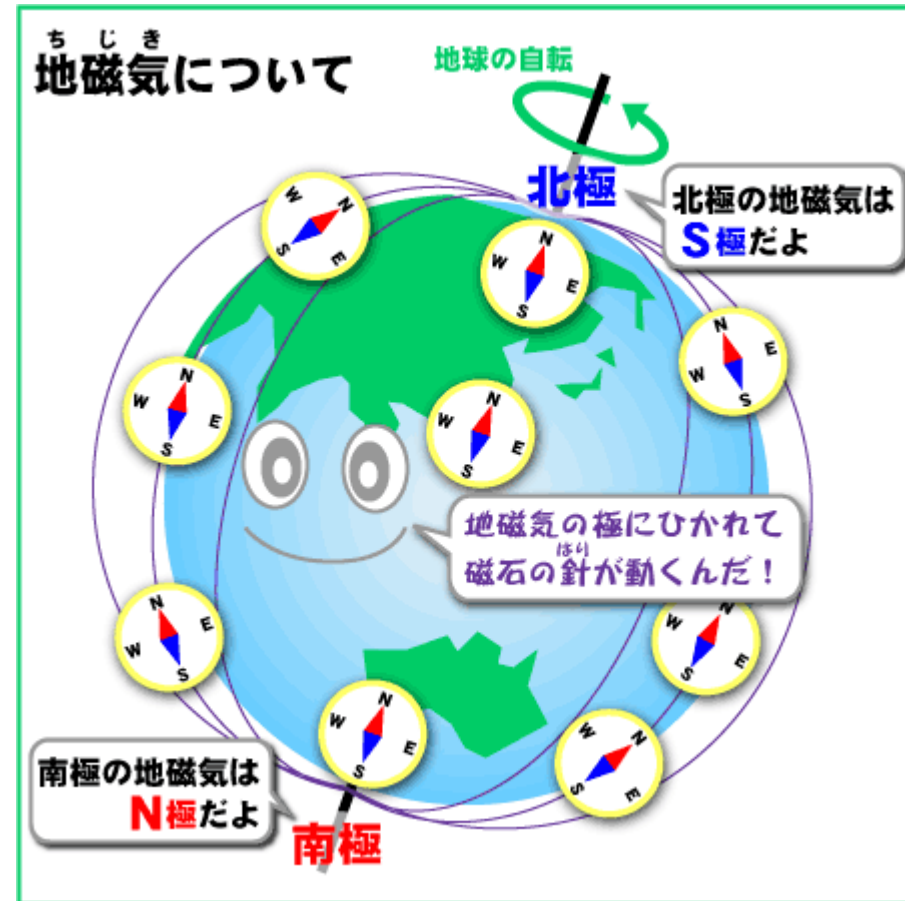
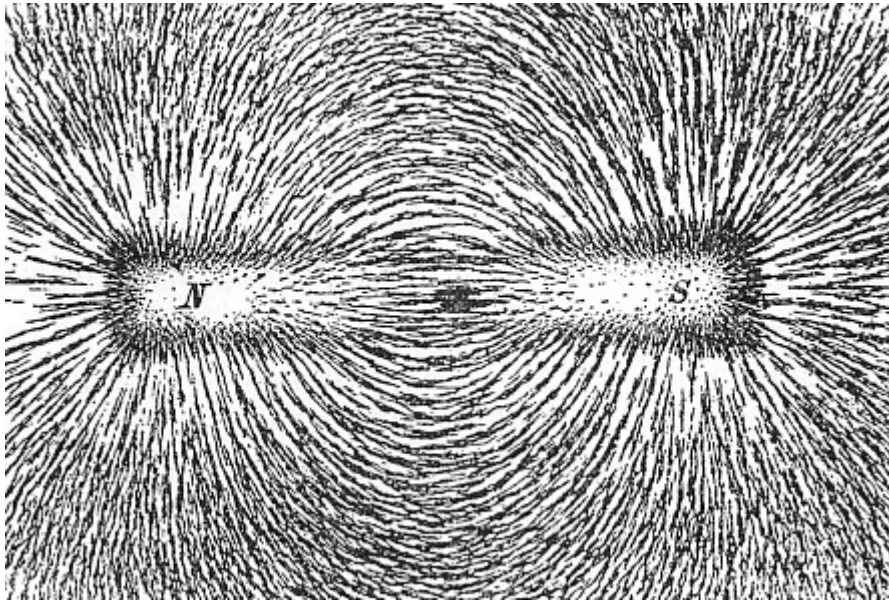


磁性

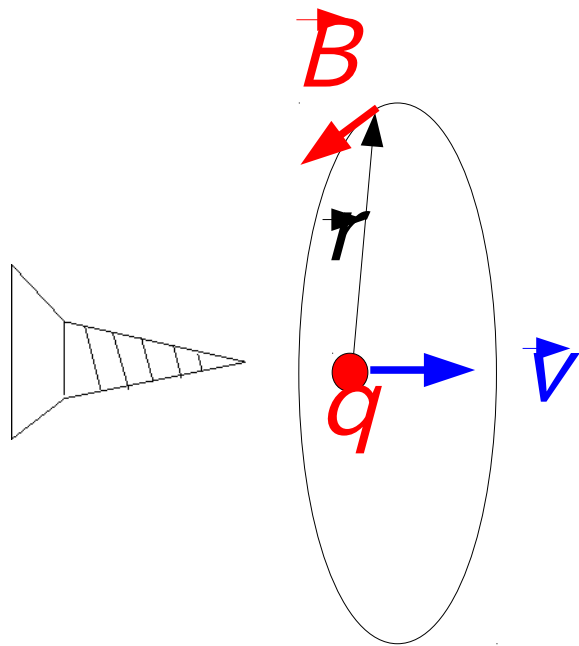
しかし、電荷 に相当する「磁荷」は見つかっていない。



磁荷: 別名磁気単極子

なら、「誰が」磁場をつくっているのか？
磁性の「犯人」も、やっぱり電荷

電荷が動くと、磁力線と言う輪をつくる。



$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot q \frac{\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$

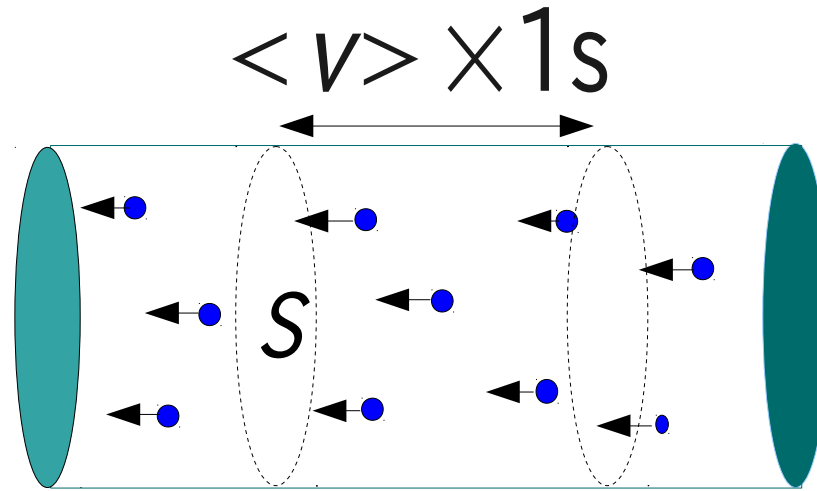
つくる電荷の大きさに比例
強さは距離の二乗に反比例 } 電場と共通

- 方向を表すため、外積を用いる。
- 作られる磁場の強さは電荷の速度にも比例する、

μ_0 : 真空の透磁率

電流

断面積



単位時間(1s)に断面を通過する電荷の量 = 体積 $[S \langle v \rangle]$ の中の移動できる電荷

(方向も考えて)

$$\vec{I} = -e\rho_e S \langle \vec{v} \rangle$$

ただし、 ρ_e は移動できる電子(自由電子)の密度

粘性抵抗(速度に比例する抵抗)を仮定すると、 $\langle \vec{v} \rangle = \alpha \vec{E}$

ここで α は導体の性質により決まる定数。

(方向を忘れて、)

$$I = e\rho_e S \cdot \alpha \frac{V}{l} = \frac{S}{l} [e\rho_e \alpha] V$$

電流が電位差に比例する

電流がつくる磁場 (電流と磁場は相性がよい)

短い区間を流れる電流のつくる磁場は、その中の電荷(電子)のつくる磁場の合計で与えられる。

$$\vec{I} = -e\rho_e S \langle \vec{v} \rangle$$

電流の定義

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot (-e) \frac{\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$

電子一個のつく磁場

この区間の中の自由電子の数は

$$N_e = \rho_e \cdot S \cdot \Delta s$$

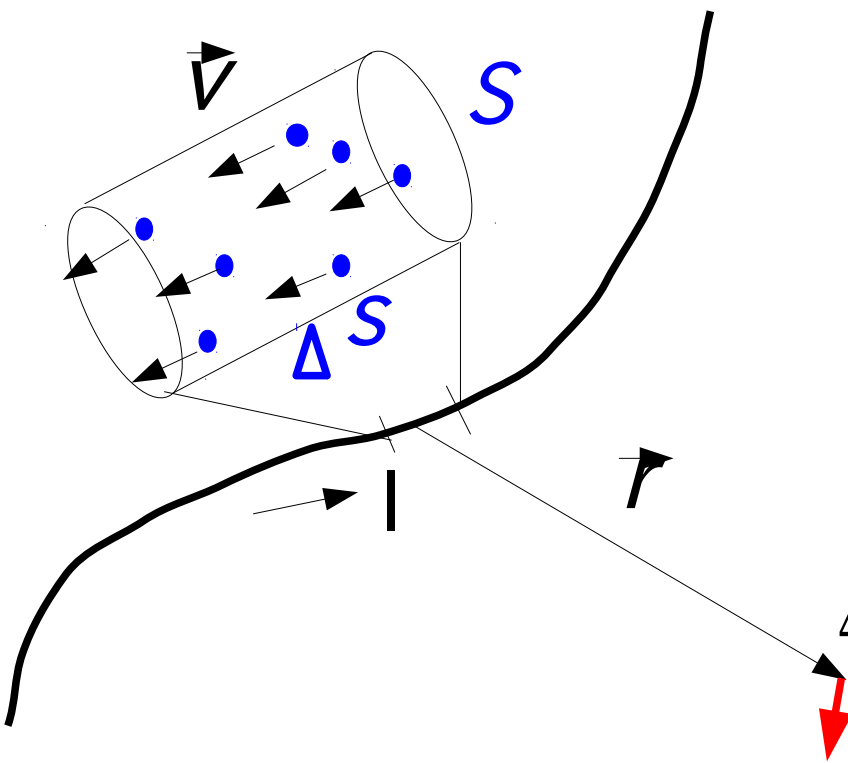
したがって、

$$\Delta \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{[\vec{I} \cdot \Delta s] \times \hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{\vec{I} \times \hat{r}}{r^2} \Delta s$$

$\Delta \vec{B}$

ビオ・サバールの法則

変化しない(定常)電流のつくる磁場を、静磁場と呼ぶ事がある。



内積と外積 (\cdot と \times)

(注、 \cdot は普通の掛け算でも使う。)

内積 $\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos \theta$

二つのベクトルから
普通の数(スカラー)へ

外積 $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$

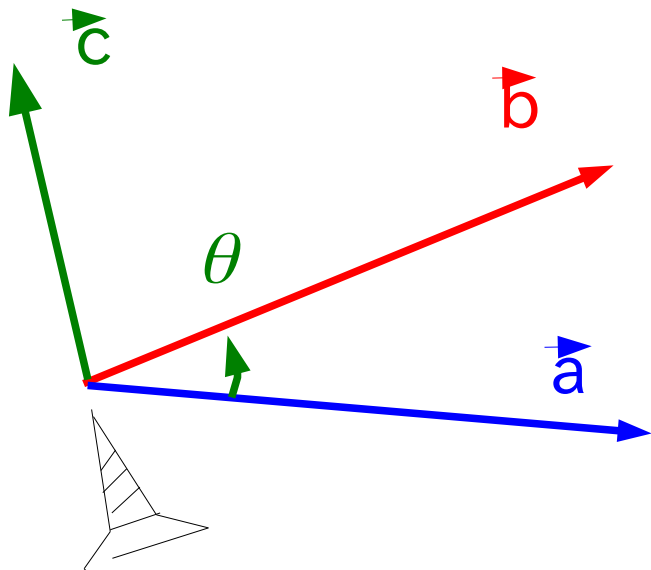
二つのベクトルから
ベクトルへ

大きさ $a \cdot b \cdot \sin \theta$

方向は右ネジの進行方向

$$(\rightarrow \vec{b} \times \vec{a} = -\vec{a} \times \vec{b})$$

掛ける順番で結果が変わる!

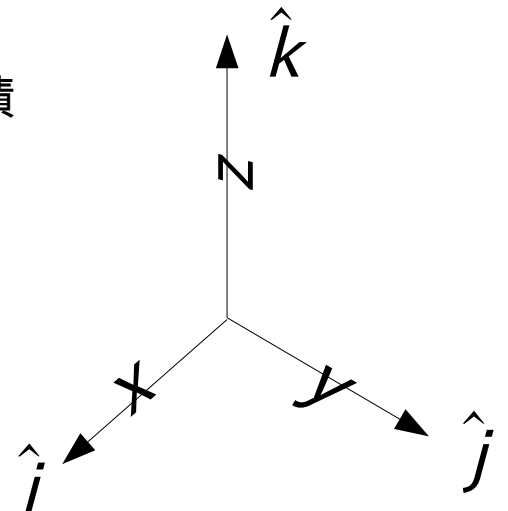


座標軸に平行な
単位ベクトルの外積

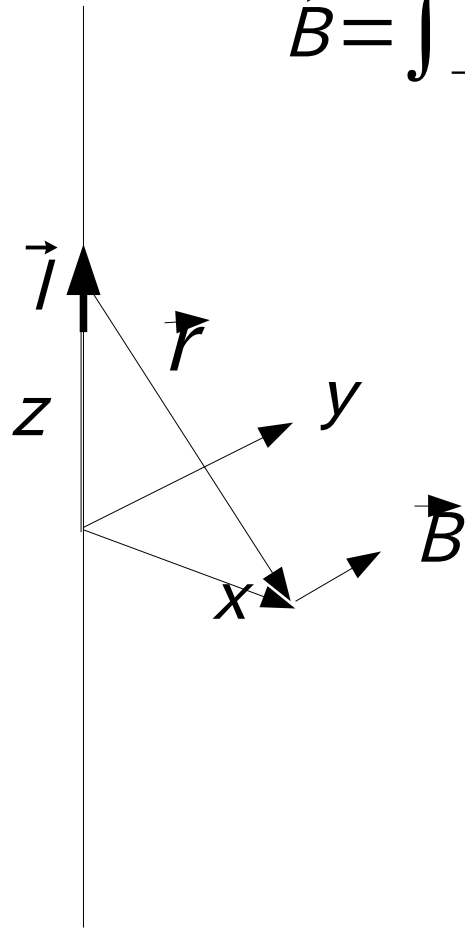
$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$$

$$\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}$$

$$\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$$



無限に長い直線電流の作る磁場



$$\vec{B} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} dz = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} dz \quad (\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r})$$

$$\vec{l} = l \cdot \hat{k} \quad \vec{r} = x\hat{i} - z\hat{k}$$

$$\vec{l} \times \vec{r} = l \cdot x(\hat{k} \times \hat{i}) - l \cdot z(\hat{k} \times \hat{k}) = l \cdot x \cdot \hat{j}$$

従って、

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k} \quad \text{とおくと、}$$

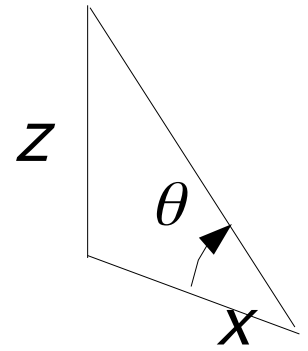
$$B_x = B_z = 0$$

$$B_y = \frac{\mu_0}{4\pi} l \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + z^2}^3} dz = \frac{\mu_0 l}{4\pi x} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1 + (z/x)^2}^3} d(z/x)$$

$$\frac{z}{x} = \tan \theta \quad \text{とおくと}$$

$$d(\tan \theta) = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} d\theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} d\theta$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$



$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1 + (z/x)^2}^3} d(z/x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}^3} d(\tan \theta)$$

$$= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta d\theta = [\sin \theta]_{-\pi/2}^{\pi/2}$$

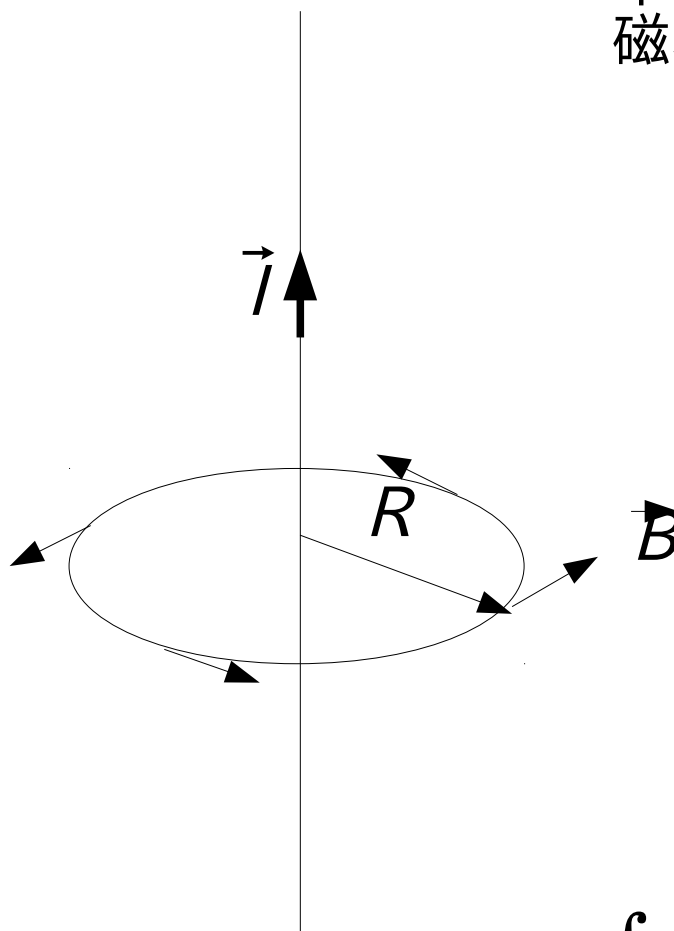
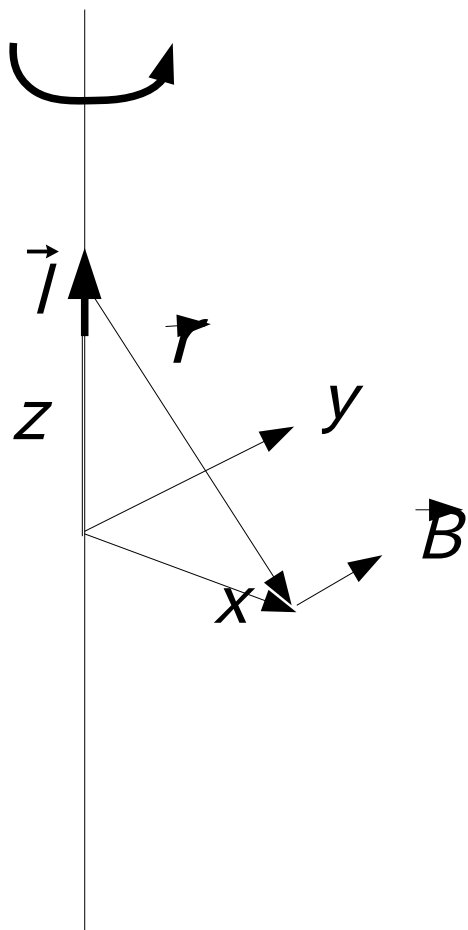
$$= 2$$

続き

したがって

$$B_y = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

回転対称性



回転対称性を考えると、
半径 R の円周上どこでも
磁場の強さは、

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

円周一周の積分は、

$$\oint \vec{B} d\vec{s} = \oint B ds = \mu_0 I$$

確認事項

二つのベクトル \vec{a} , \vec{b} がある。これらのベクトルの内積と、外積について、

1. $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 、 $\vec{a} \times \vec{b}$ それぞれの大きさを示せ。
2. $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 、 $\vec{a} \times \vec{b}$ それぞれの大きさが、最大になるときの条件はなにか。
3. $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 、 $\vec{a} \times \vec{b}$ それぞれの大きさが、最小(=0)になる条件はなにか。