電場と物質の関係、コンデンサーの中に物質を入れた、思考実験

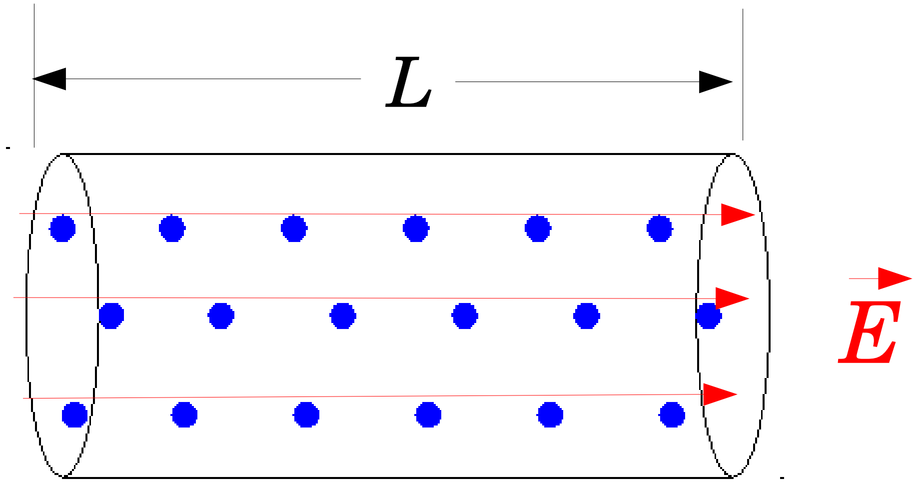
導体と不導体(誘電体)

Wikipediaより

注：ほとんどの有機化合物は不導体。

導体

電子が比較的自由に移動できる



V　　　　0

$$E=\frac{V}{L}$$

電位差があると、内部に電場ができて電子が移動する。

逆に言うと、**電子の移動が無い状態**では、

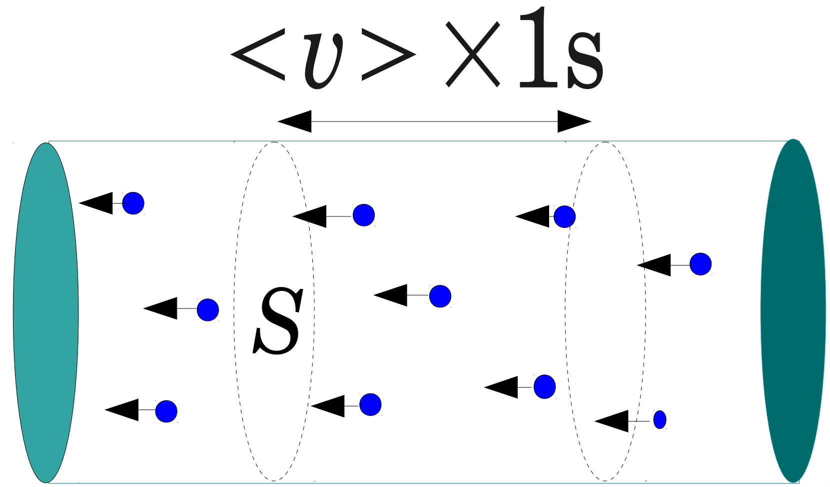
- 導体の内部に電場は存在しない。
- つまり、導体の電位はどこでも一定。

電流を流しつづけるためには、電位差を維持する必要

==> **起電力**(発電機、電池など)

電流

断面積



単位時間（1s）に断面を通過する電荷の量 = 体積 $[S<v>]$ の中の移動できる電荷

(方向も考えて)

$$\boxed{\vec{I} = -e\rho_e S <\vec{v}>}$$

ただし、ρ_e は移動できる電子(自由電子)の密度

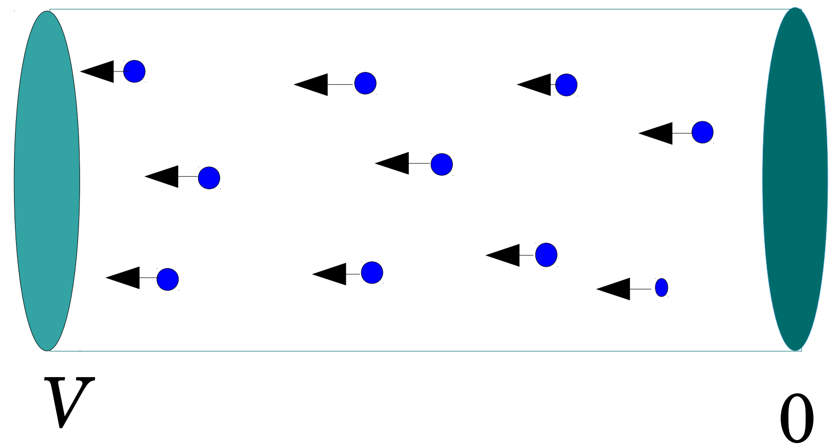
粘性抵抗(速度に比例する抵抗)を仮定すると、$<\vec{v}> = \alpha \vec{E}$

ここでα は導体の性質により決まる定数。

(方向を忘れて、)

$$L = e\rho_e S\cdot\alpha\frac{V}{L} = \frac{S}{L}\boxed{[e\rho_e\alpha]V}$$

電流が電位差に比例する



$\left[e\rho_e\alpha\right]$ は、物質の性質だけで決まり、電気伝導度と呼ばれる。

$$R \equiv \frac{L}{S\left[e\rho_e\alpha\right]}$$ とおくと $$I = \frac{V}{R}$$ (オームの法則)

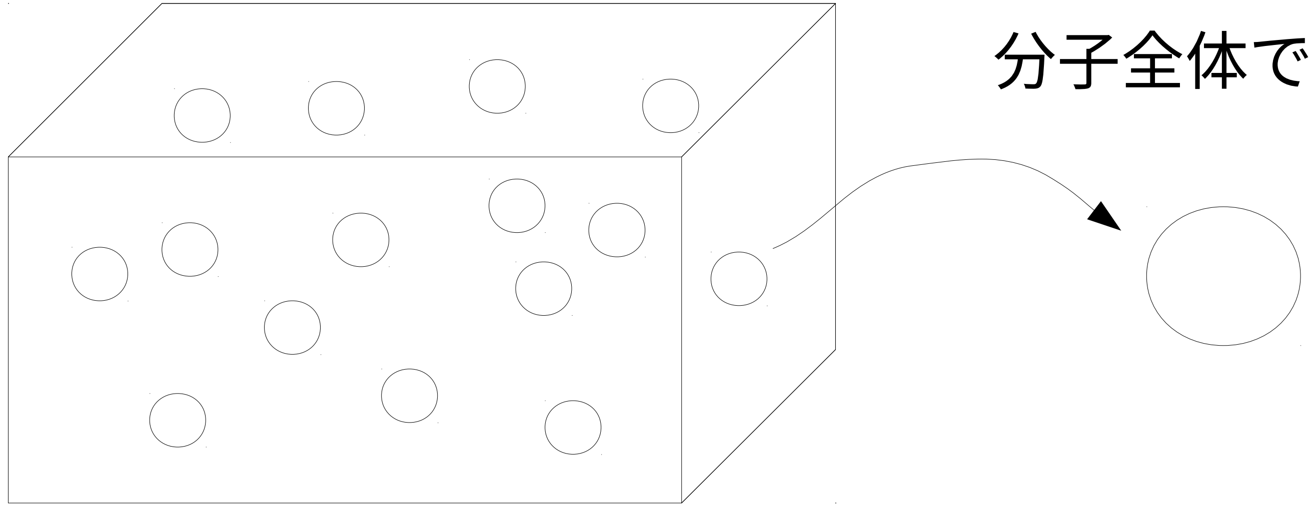
一個の電子が、電位差Vの間を、電場からの力に従って移動すると、eVだけ、電場による位置エネルギーを失う。粘性抵抗の中を移動したとすると、このエネルギーは熱に変化する。

同じ電位差間を電流I が流れている場合、毎秒 I/e 個の電子が移動するので、毎秒

$$W = eV\cdot\frac{I}{e} = V\cdot I = R\cdot I^2 = \frac{V^2}{R}$$ (ワットの法則)

熱が発生する。

不導体＝誘電体（高分子化合物など)

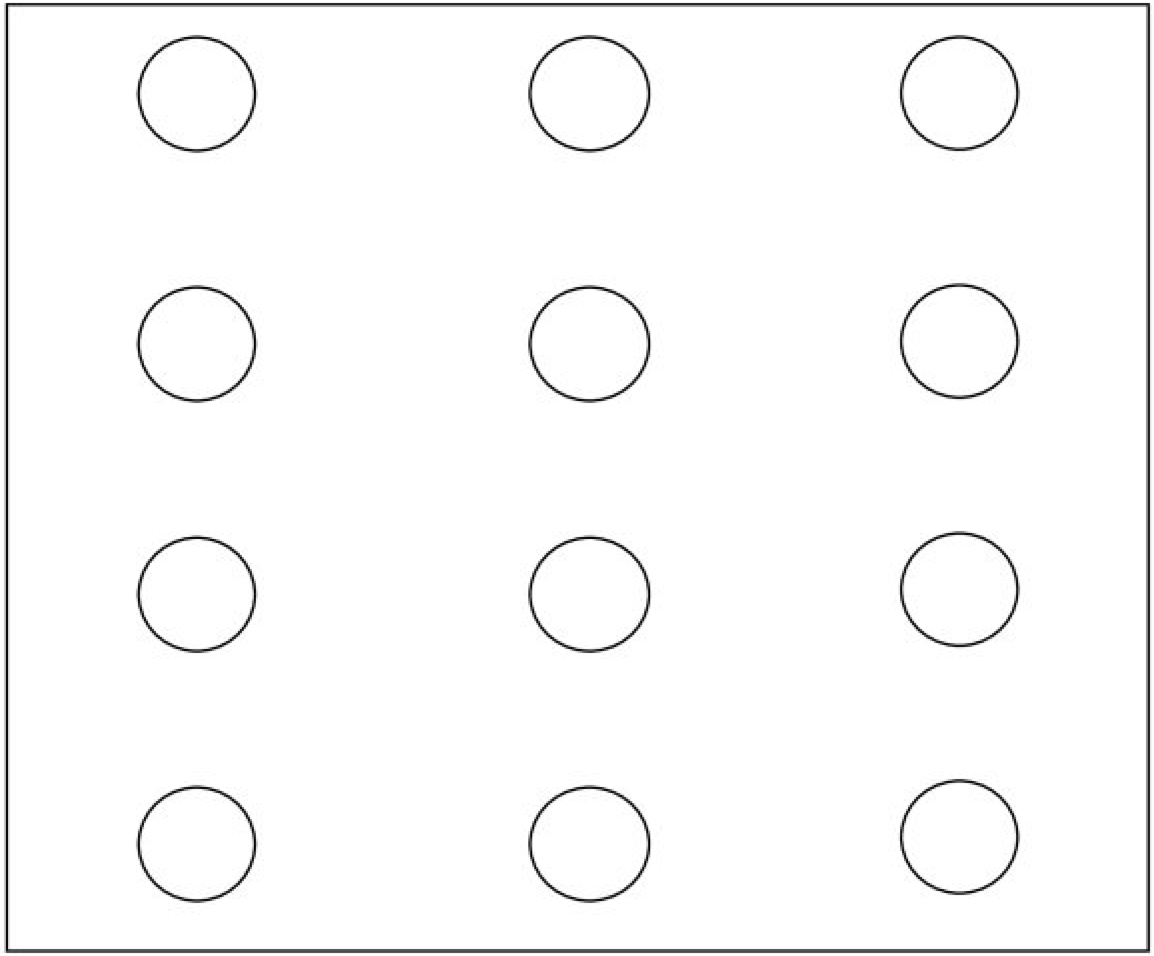


分子全体では中性

1.分子は、力が働くと変形する。

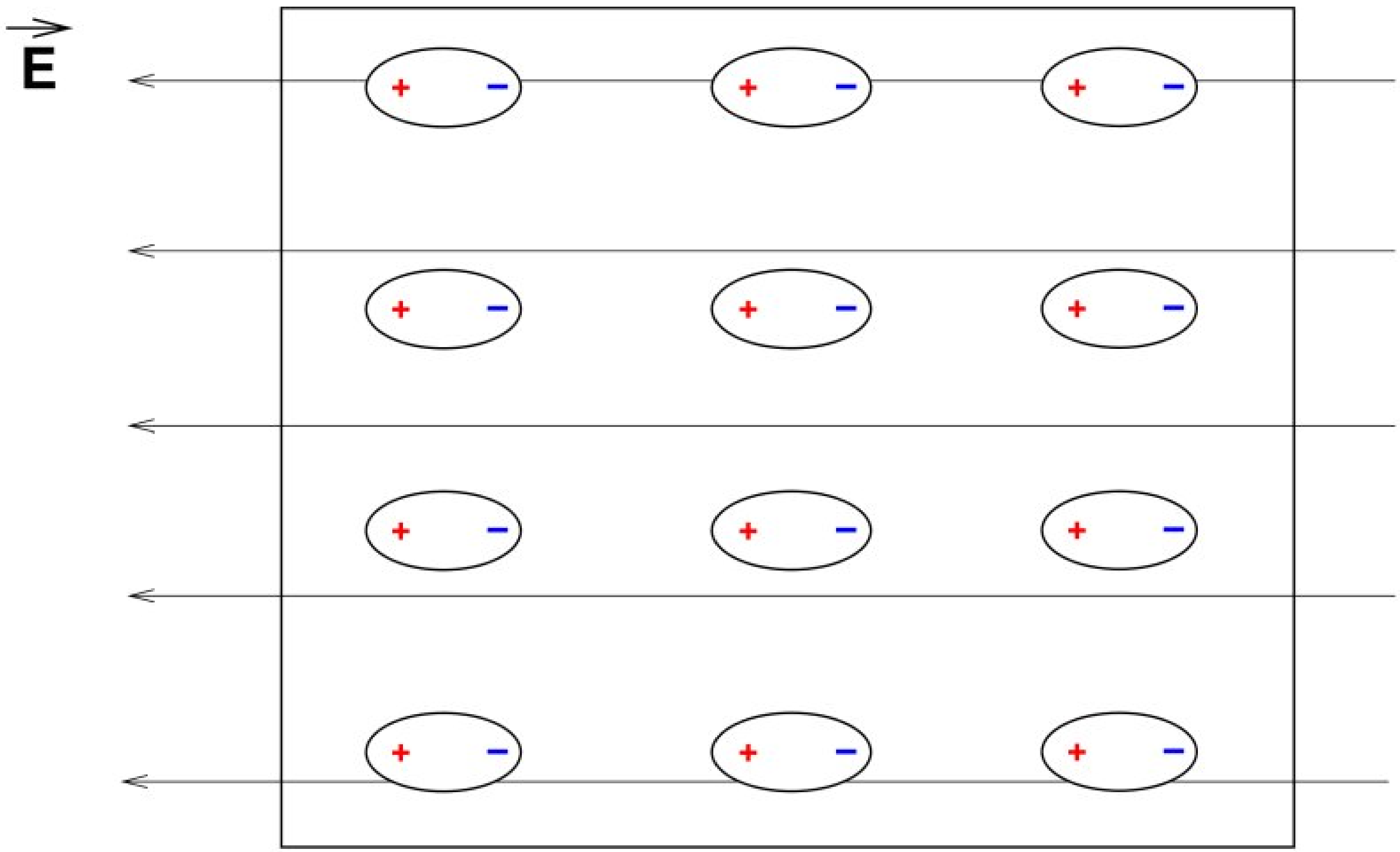
2.電子は、分子内部では
動くことが出きるが、
分子の外には出られない。

電場と誘電体分子



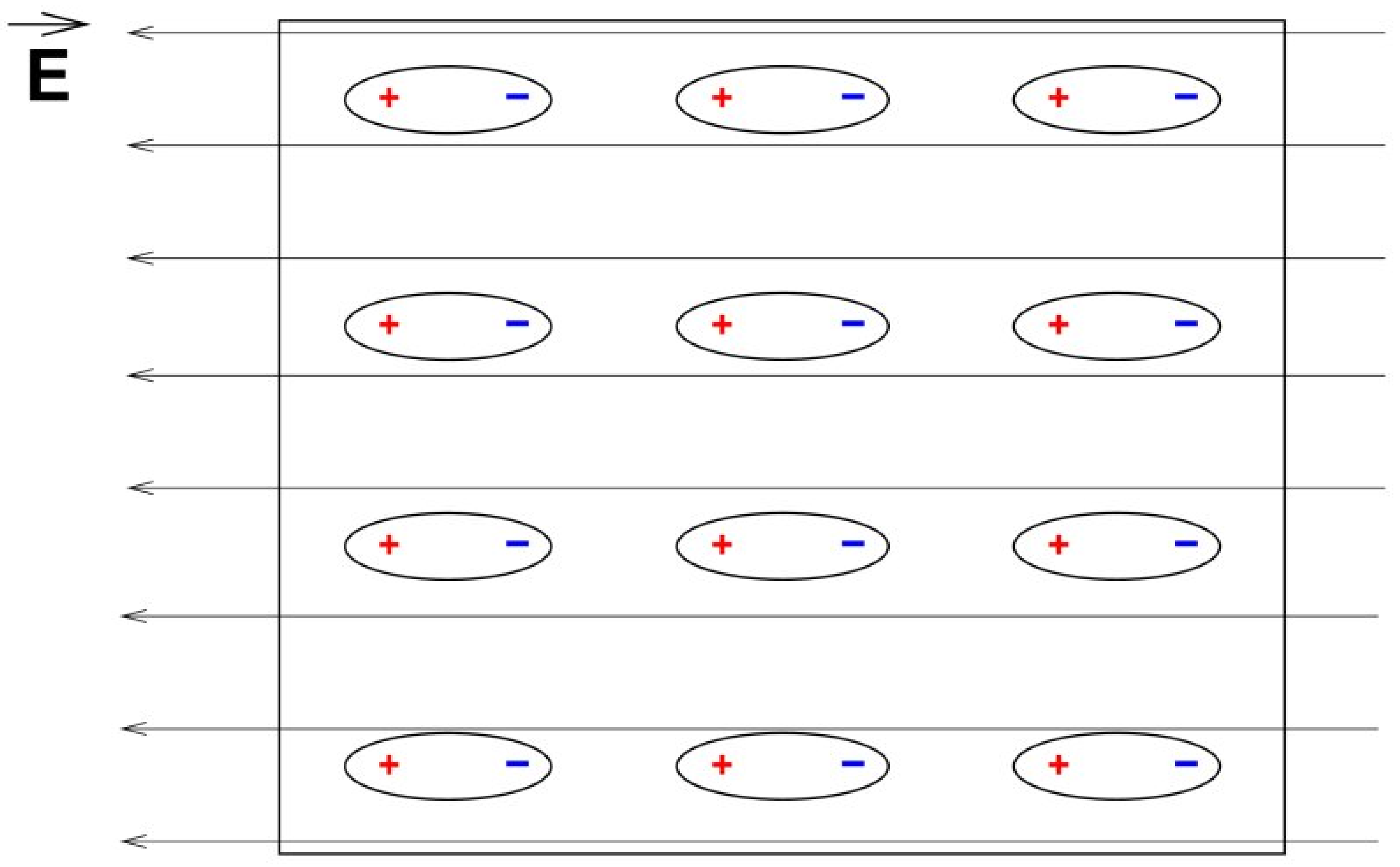
分子の中の電荷は、特に局在していない。

電場と誘電体分子



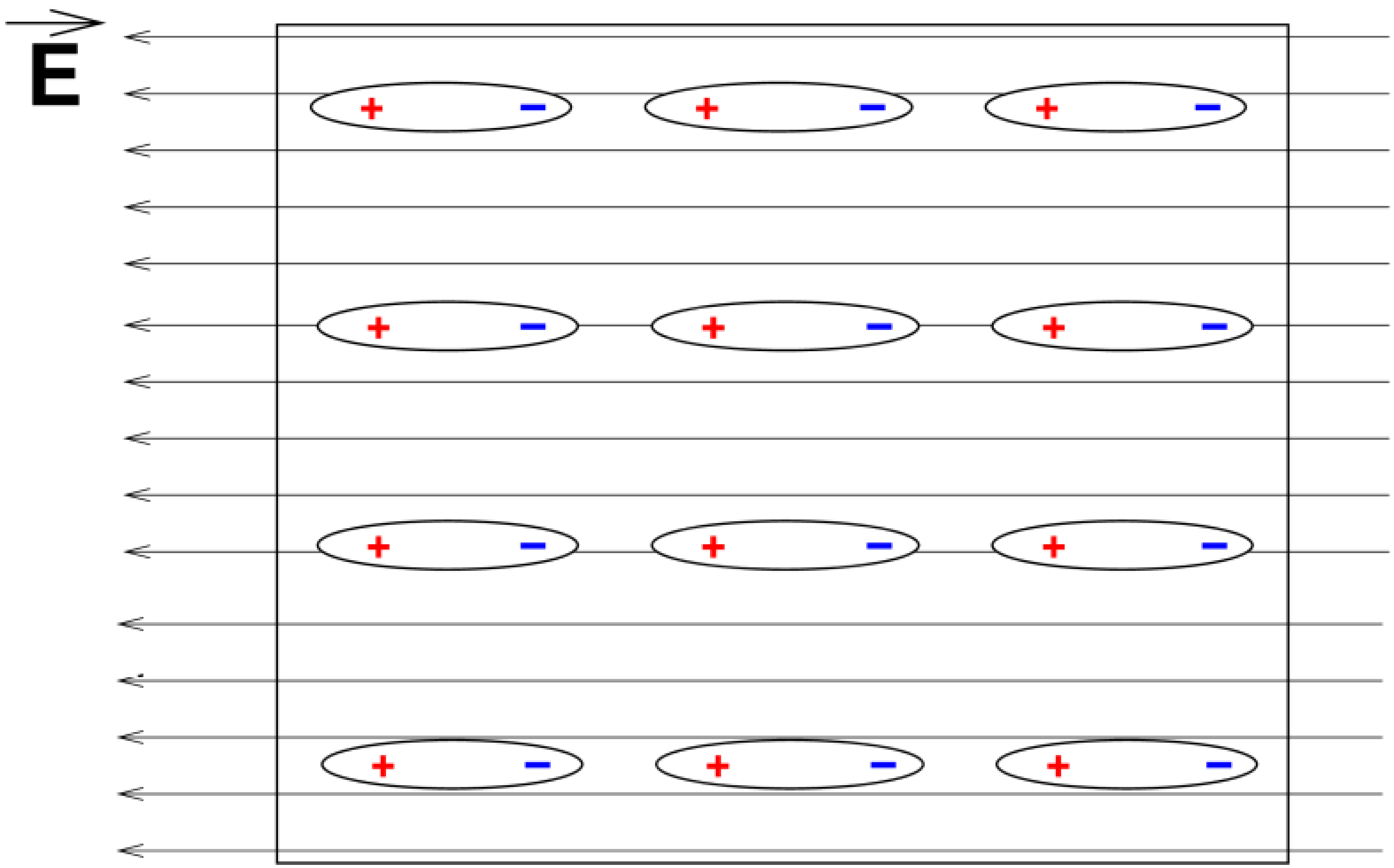
分子の中の電荷が局在しはじめる（分極）

電場と誘電体分子



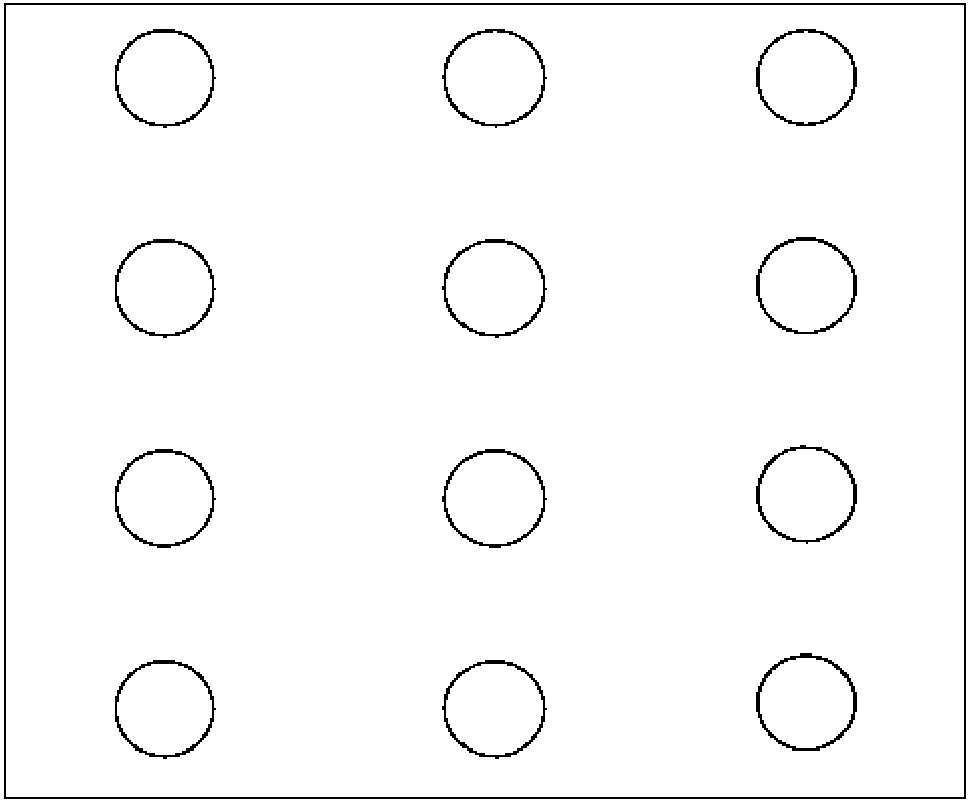
電場とともに 分極 が大きくなる。

電場と誘電体分子

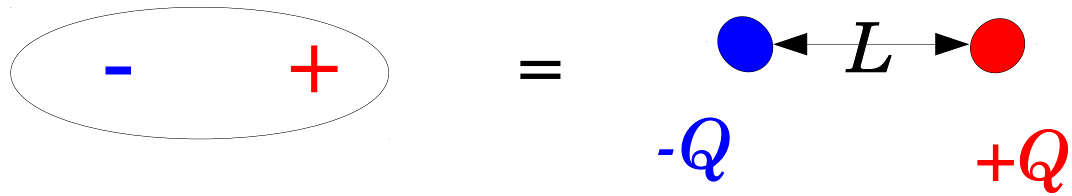


さらに電場が強くなると...

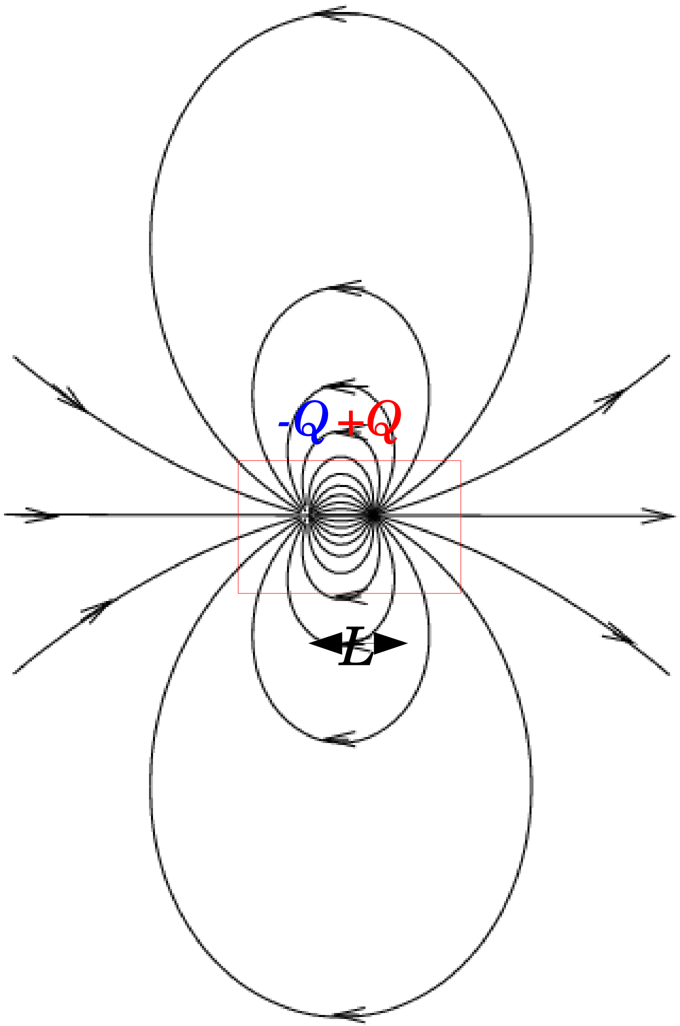
だんだん強くなってゆく電場と誘電体分子



分子の中の電荷が局在する現象を分極と呼ぶ。



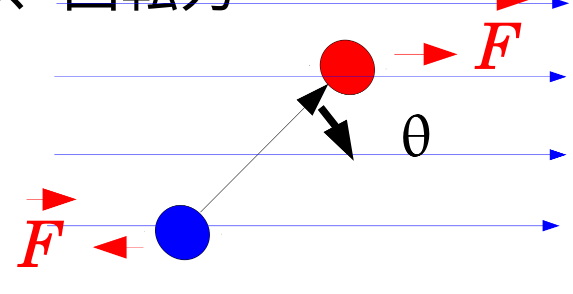
分極　　　電気双極子



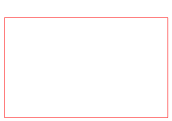
$p \equiv L \cdot Q$:電気双極子モーメント

Lを $\vec{L}$ (負の電荷から正の電荷向かうベクトル)
と置き換えることで、ベクトルとして定義
することもできる。

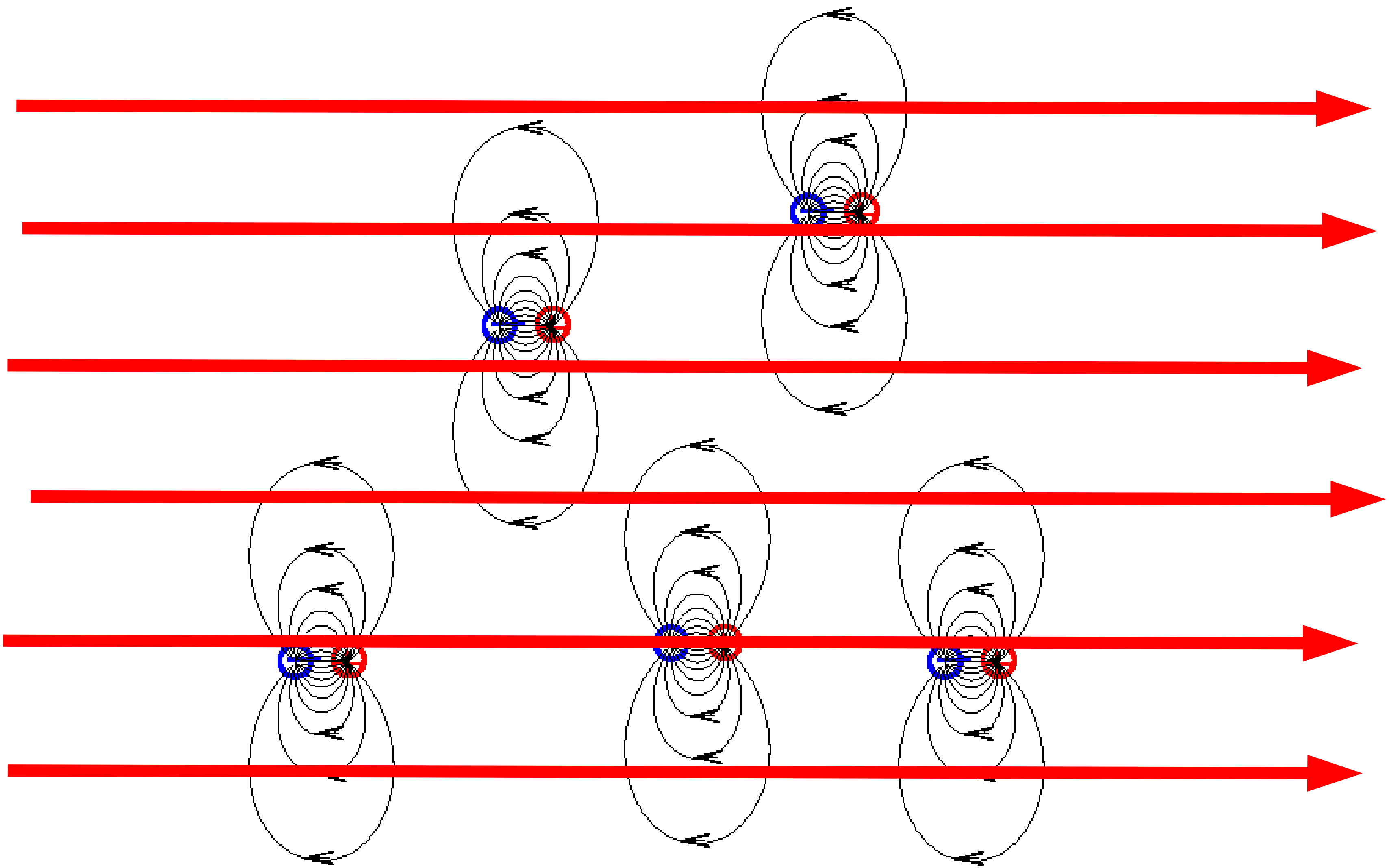
電場の中で電気双極子に働く力
は、回転力



$$N = \sin\theta \cdot L \cdot F$$
$$= E \cdot [LQ] \cdot \sin\theta$$



電場の強いところ



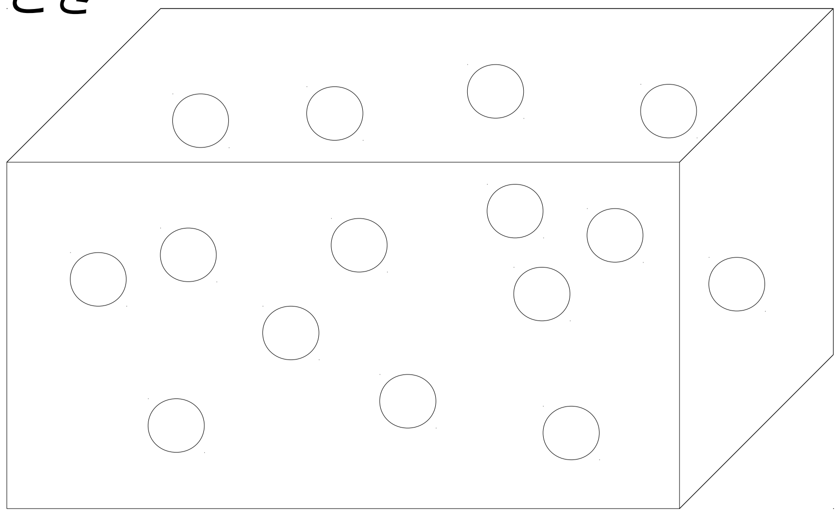
電気双極子の作る電場(黒)は、

外から与えられた、電場(赤)を打ち消す方向

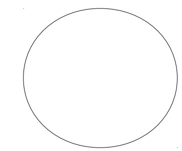
＝＝＞　与えた電場が弱められる！

不導体＝誘電体 (高分子化合物など)

電場が無いとき

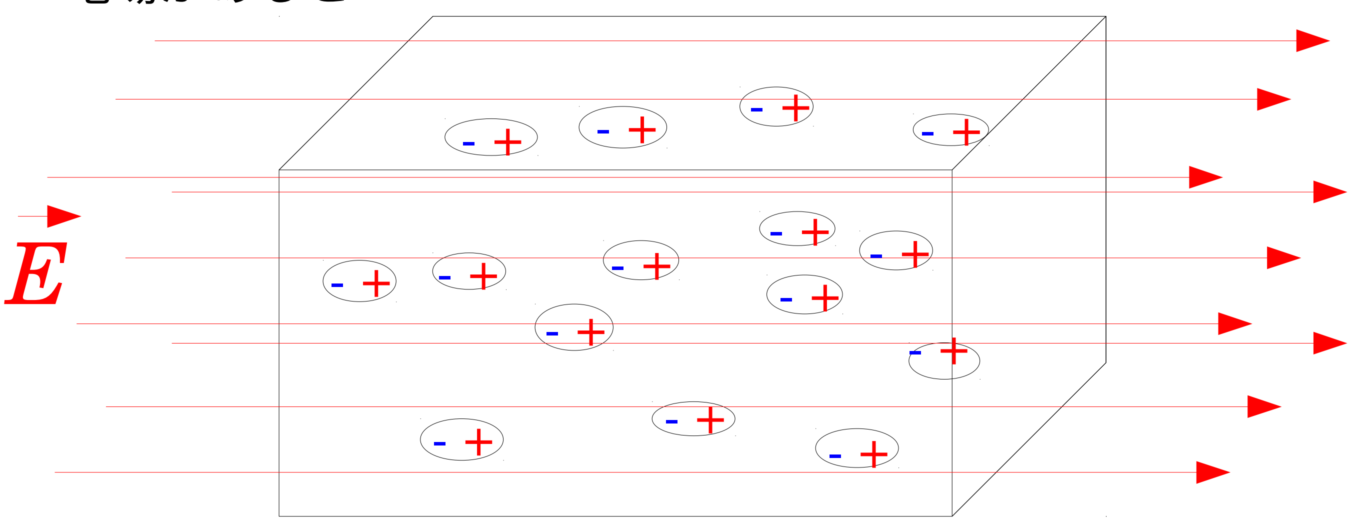


分子全体では
常に中性

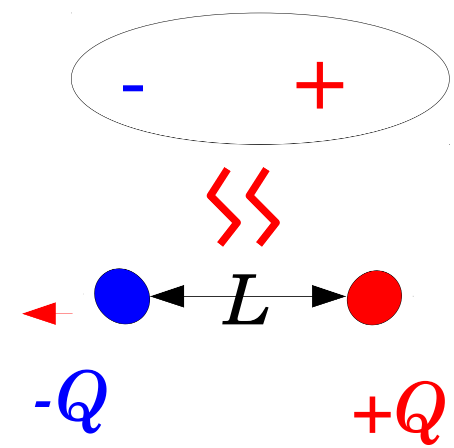


電荷の局在は無い

電場があると



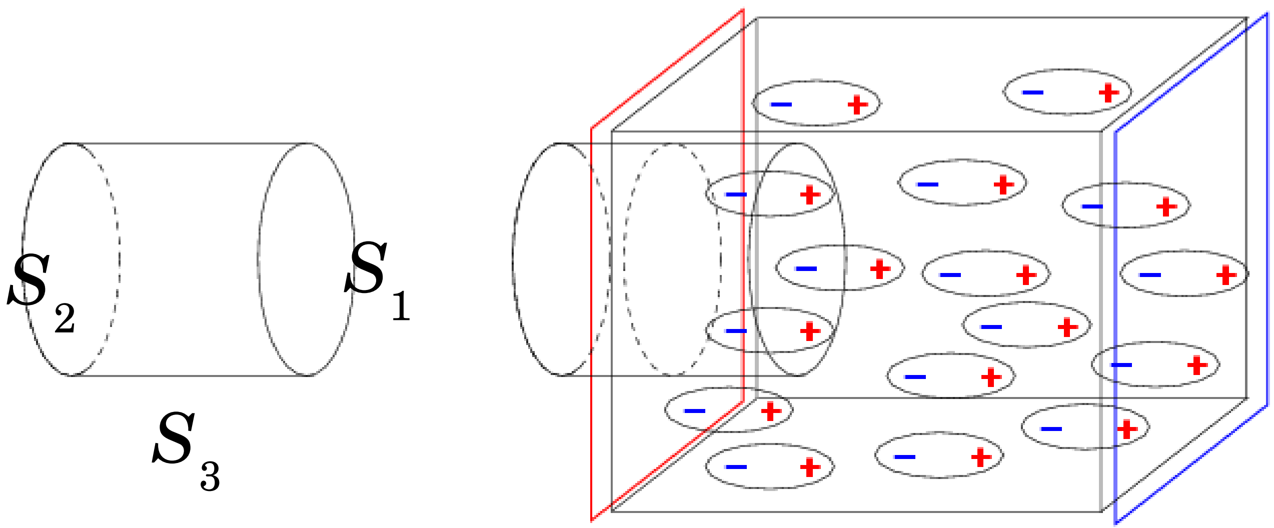
電場により分極



電気双極子

分極による電気双極子は外場と反対方向に電場をつくる。

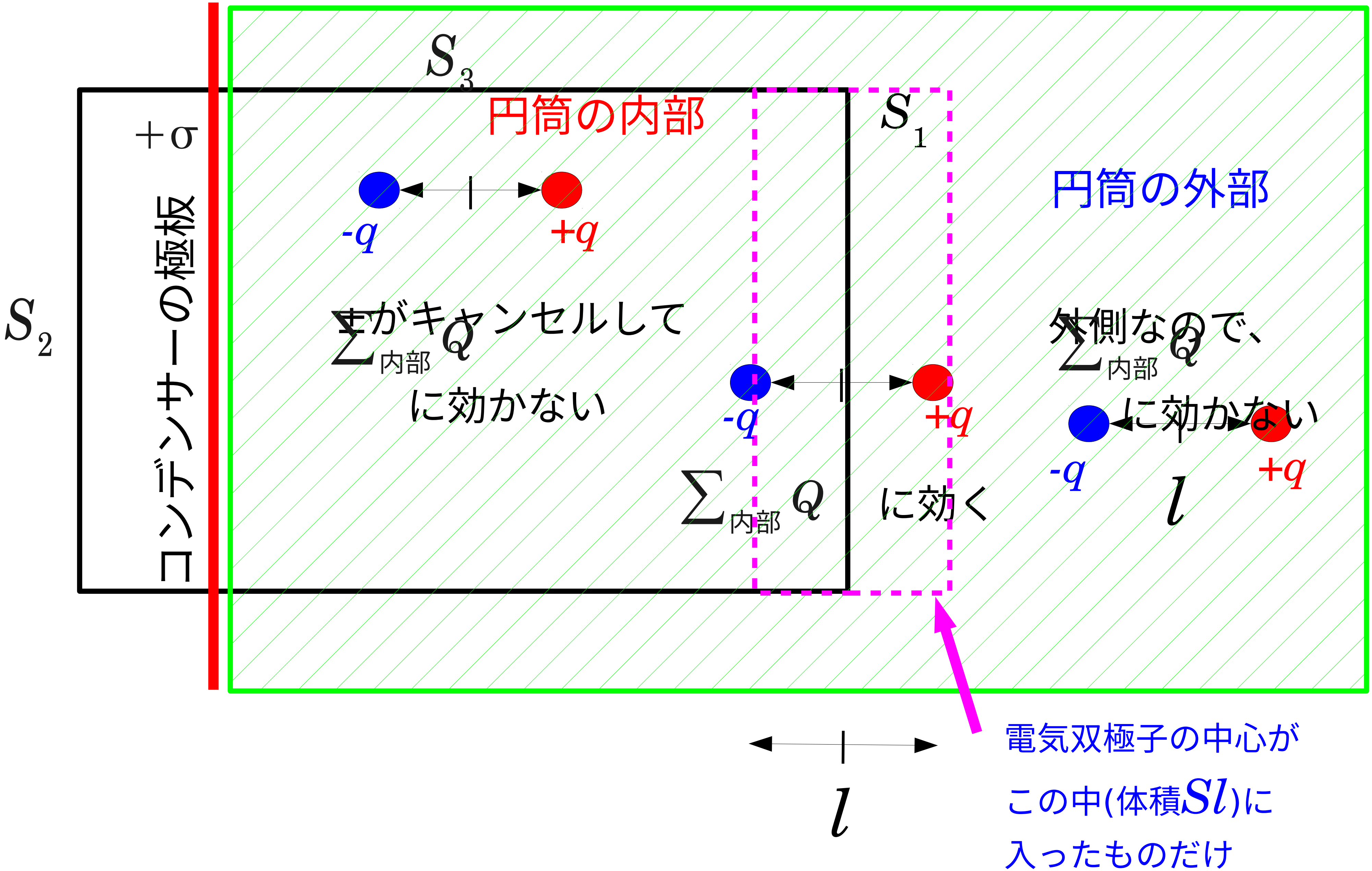
誘電体を挟んだコンデンサーにおいて、
ガウスの法則を考える。



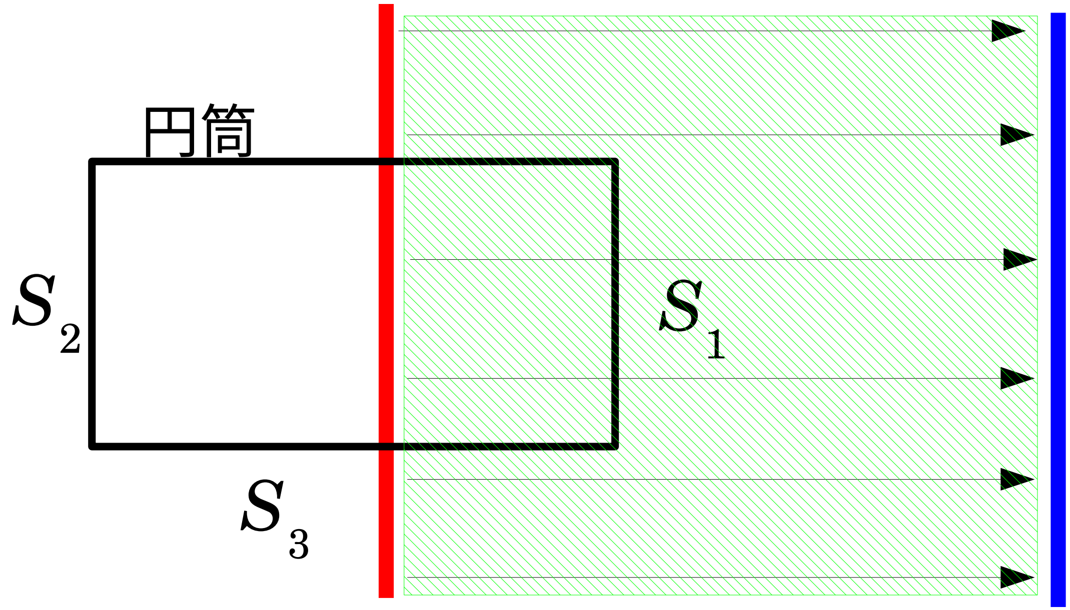
$$\int_{S1} \hat{n}\cdot\vec{E}\,dS + \int_{S2} \hat{n}\cdot\vec{E}\,dS + \int_{S3} \hat{n}\cdot\vec{E}\,dS = \frac{\sum_{\text{内部}} Q}{\varepsilon_0}$$

$$\sum_{\text{内部}} Q = \sum_{\text{内部}} Q_{\text{極版上}} + \boxed{\sum_{\text{内部}} Q_{\text{分極電荷}}}$$

(右辺) $\sum_{内部} Q = \sum_{内部} Q_{極版上} + \boxed{\sum_{内部} Q_{分極電荷}}$



面積分(ガウスの法則の左辺)の評価



$\vec{E}$ も分極の方向も $\hat{n}_1$ に平行　　$\int_{S1} \hat{n}_1 \cdot \vec{E}\, dS = \boxed{< E > \cdot S_{1,}}$

左辺はこれだけが生き残る

コンデンサーの外側なので、　　$\int_{S2} \hat{n}_2 \cdot \vec{E}\, dS = 0,$

$\vec{E}$ も分極の方向も $\hat{n}_3$ に垂直　　$\int_{S3} \hat{n}_3 \cdot \vec{E}\, dS = 0$

(右辺の続き)

$$\sum_{内部} Q_{極版上} = \sigma \cdot S_1$$

$$\boxed{\sum_{内部} Q_{分極電荷}} = -\ [体積 S_1 \cdot L の中の分極の数] \cdot q = -\rho_d \cdot S_1 \cdot L \cdot q$$

ρ_d:分極による電気双極子の密度

結局、ガウスの法則は

$$< E > \cdot S_1 = \frac{\sum_{内部} Q_{極板} + \sum_{内部} Q_{分極}}{\varepsilon_0}$$

$$< E > \cdot S_1 = \frac{(\sigma \cdot S_1 - \rho_d \cdot S_1 \cdot L \cdot q)}{\varepsilon_0}$$

$$< E > = \frac{(\sigma - \rho_d \boxed{\cdot L \cdot q})}{\varepsilon_0}$$

電気双極子モーメント

得られた結果の解釈

電気双極子モーメント

$$P \equiv \rho_d \cdot \boxed{L \cdot q}$$

を分極(ここでは、現象ではなく物理量)と呼ぶ。
すなわち分極現象による、電気双極子モーメントの密度の事

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

は、誘電体の無いときの(つまり真空での)
電場の強さであることに注意する。

通常、平均された電場 $\langle \boldsymbol{E} \rangle$ を、ただ $\boldsymbol{E}$ と書くので、

$$E = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0}$$

ベクトルの関係として

$$\vec{E} = \vec{E}_0 - \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}$$

すなわち、電場の中に誘電体が置かれたとき、
分極(現象)により、誘電体内部では
分極(物理量)だけ、電場が弱められる。

さらに、

$$\vec{P}=\varepsilon_0\chi_e\vec{E} \qquad (\,\chi_e\text{を分極率と呼び、実験で求める})$$

を、仮定すると、物質がなかったとき(真空)の電場は、

$$\vec{E}_0=\vec{E}+\frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}=(1+\chi_e)\vec{E}$$

と計算できる。物質がなかったとき(真空)の電場を残しておくと便利なので、少し形を変えて、

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}_0=\boxed{\varepsilon_0(1+\chi_e)}\vec{E}=\boxed{\varepsilon}\vec{E}$$

(ε を(物質の)誘電率と呼ぶ)

と、新しい場:D(電束密度)を定義しておく。すると、

$$E_0\cdot S_1=\frac{\sum_{\text{内部}}Q_{\text{極板}}}{\varepsilon_0} \quad \text{だから、} \quad D\cdot S_1=\sum_{\text{内部}}Q_{\text{極板}}$$

Dは極板上の電荷だけと関係する。

結局、誘電体があることにより、何が変わるか。

1,公式は真空中のものと同じで、真空の誘電率が、物質の誘電率で、置き換わる。 (物質の誘電率は、実験で求める)

$$\varepsilon_0 \longrightarrow \varepsilon$$

2, ガウスの法則は、電場(E)よりも、電束密度(D)に対して簡単に書ける。(分極電荷を無視して良いため)

$$\int_{[閉曲面]} \vec{E}\cdot\hat{n}\,dS = \frac{\sum_{[内部]} Q_{極板上} + \sum_{[内部]} Q_{分極}}{\varepsilon_0}$$

$$\rightarrow \int_{[閉曲面]} \vec{D}\cdot\hat{n}\,dS = \sum_{[内部]} Q_{極板上}$$

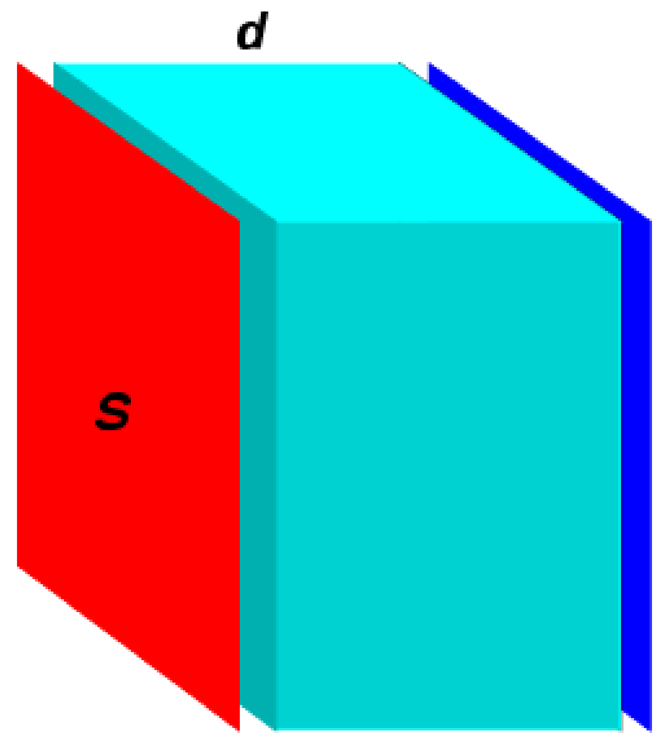
3, 力、電位差を計算する時は、物質中の(平均)電場E を用いる。

電束密度(D)は仮想的な場である。

今日の問題

真空中のコンデンサーの極板間の電場の強さは、$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}$

極板間の電位差は $V = \frac{d}{\varepsilon_0 S} Q$



コンデンサーの容量は $C \equiv \frac{\varepsilon_0 S}{d}$

である。

極板間が誘電率 ε の物質で満たされた
時に、これらはどう書き換えられるか示せ。

物質のある時、力や電位差には、物質中の電場を用いる。

コンデンサーの極板の電位差は、

$$V=\boxed{E}\cdot d=\frac{1}{1+\chi_e}E_0 d=\frac{1}{1+\chi_e}\frac{Q}{\varepsilon_0 S}d$$

また

$$\varepsilon=\varepsilon_0(1+\chi_e)$$

より、

$$V=\frac{Q}{\varepsilon S}d$$

したがって、コンデンサーの容量は

$$C=(1+\chi_e)\frac{\varepsilon_0 S}{d}=\frac{\varepsilon S}{d}$$

と $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}=1+\chi_e$ 倍される。(ε_0 が ε に置き換わる)