

電場と物質の関係、コンデンサーの中に物質を入れた、思考実験

導体と不導体(誘電体)

周期表

1																	18
1 H	2											13	14	15	16	17	2 He
3 Li	4 Be											5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
11 Na	12 Mg	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
55 Cs	56 Ba	*1	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn
87 Fr	88 Ra	*2	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Ds	111 Rg	112 Uub	113 Uut	114 Uuq	115 Uup	116 Uuh	117 Uus	118 Uuo

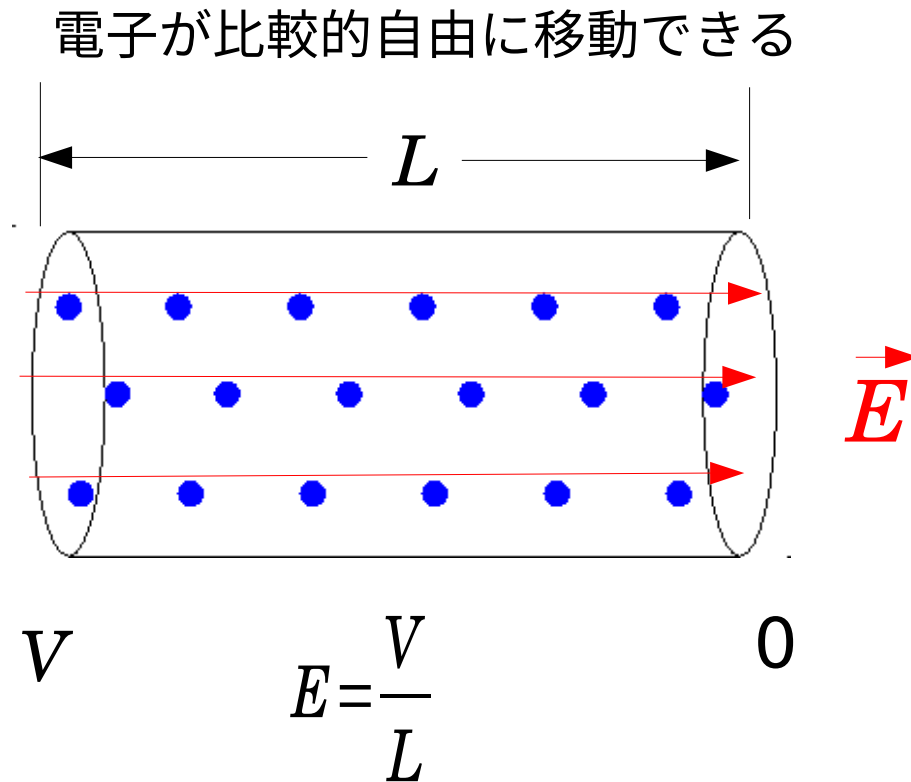
*1 ランタノイド: 57 La, 58 Ce, 59 Pr, 60 Nd, 61 Pm, 62 Sm, 63 Eu, 64 Gd, 65 Tb, 66 Dy, 67 Ho, 68 Er, 69 Tm, 70 Yb, 71 Lu

*2 アクチノイド: 89 Ac, 90 Th, 91 Pa, 92 U, 93 Np, 94 Pu, 95 Am, 96 Cm, 97 Bk, 98 Cf, 99 Es, 100 Fm, 101 Md, 102 No, 103 Lr

- 1 常温で固体
- 1 常温で液体
- 1 常温で気体
- 金属元素
- 半金属元素
- 非金属元素
- 人工元素
- アルカリ金属
- アルカリ土類金属
- ハロゲン
- 希ガス
- 遷移元素

注：ほとんどの有機化合物は不導体。

導体



電位差があると、内部に電場ができて電子が移動する。

逆に言うと、**電子の移動が無い状態**では、

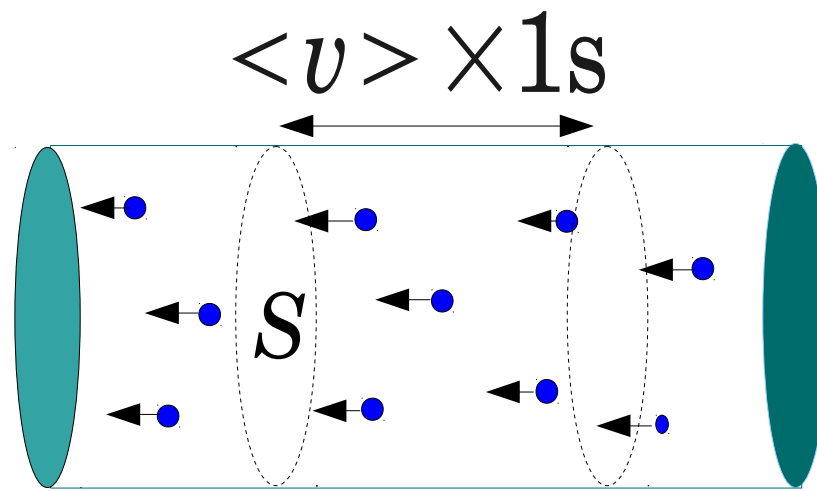
- 導体の内部に電場は存在しない。
- つまり、導体の電位はどこでも一定。

電流を流しつづけるためには、電位差を維持する必要

==> 起電力(発電機、電池など)

電流

断面積



単位時間 (1s) に断面を通過する電荷の量 = 体積 $[S \langle v \rangle]$ の中の移動できる電荷

(方向も考えて)

$$\vec{I} = -e \rho_e S \langle \vec{v} \rangle$$

ただし、 ρ_e は移動できる電子(自由電子)の密度

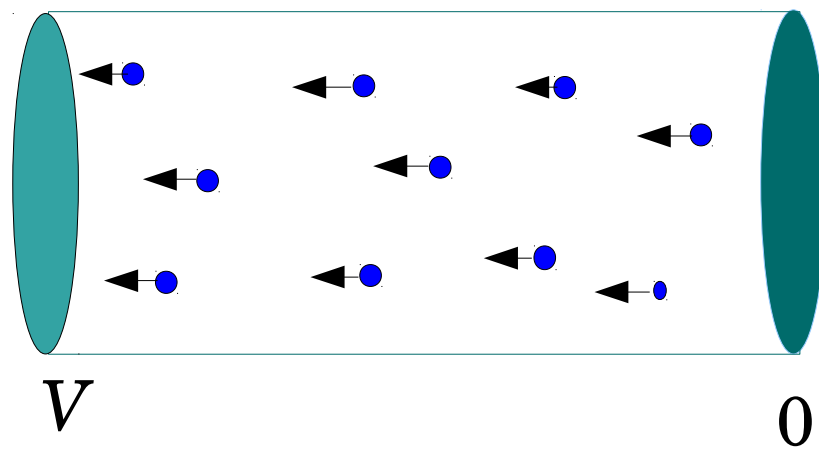
粘性抵抗(速度に比例する抵抗)を仮定すると、 $\langle \vec{v} \rangle = \alpha \vec{E}$

ここで α は導体の性質により決まる定数。

(方向を忘れて、)

$$L = e \rho_e S \cdot \alpha \frac{V}{L} = \frac{S}{L} [e \rho_e \alpha] V$$

電流が電位差に比例する



$[e\rho_e\alpha]$ は、物質の性質だけで決まり、電気伝導度と呼ばれる。

$$R \equiv \frac{L}{S[e\rho_e\alpha]} \quad \text{とおくと} \quad I = \frac{V}{R} \quad (\text{オームの法則})$$

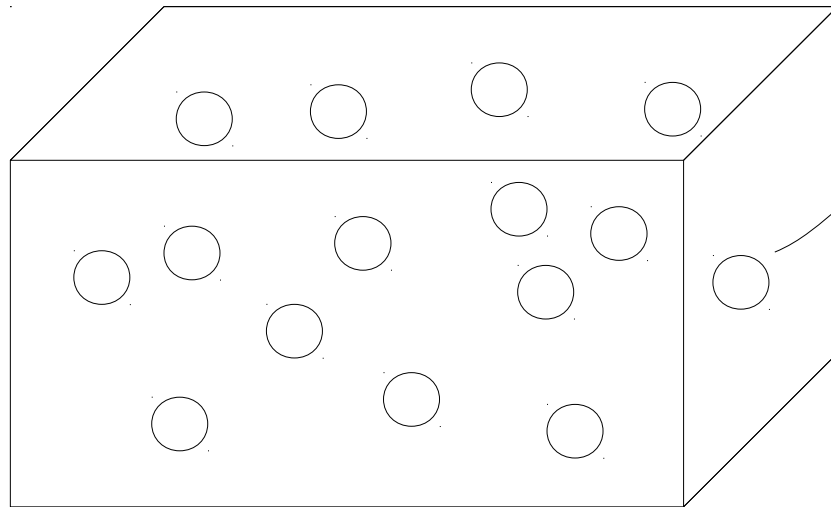
一個の電子が、電位差 V の間を、電場からの力に従って移動すると、 eV だけ、電場による位置エネルギーを失う。粘性抵抗の中を移動したとすると、このエネルギーは熱に変化する。

同じ電位差間を電流 I が流れている場合、毎秒 I/e 個の電子が移動するので、毎秒

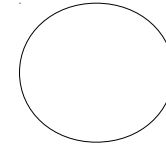
$$W = eV \cdot \frac{I}{e} = V \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{V^2}{R} \quad \underline{\underline{(\text{ワットの法則})}}$$

熱が発生する。

不導体＝誘電体（高分子化合物など）



分子全体では中性

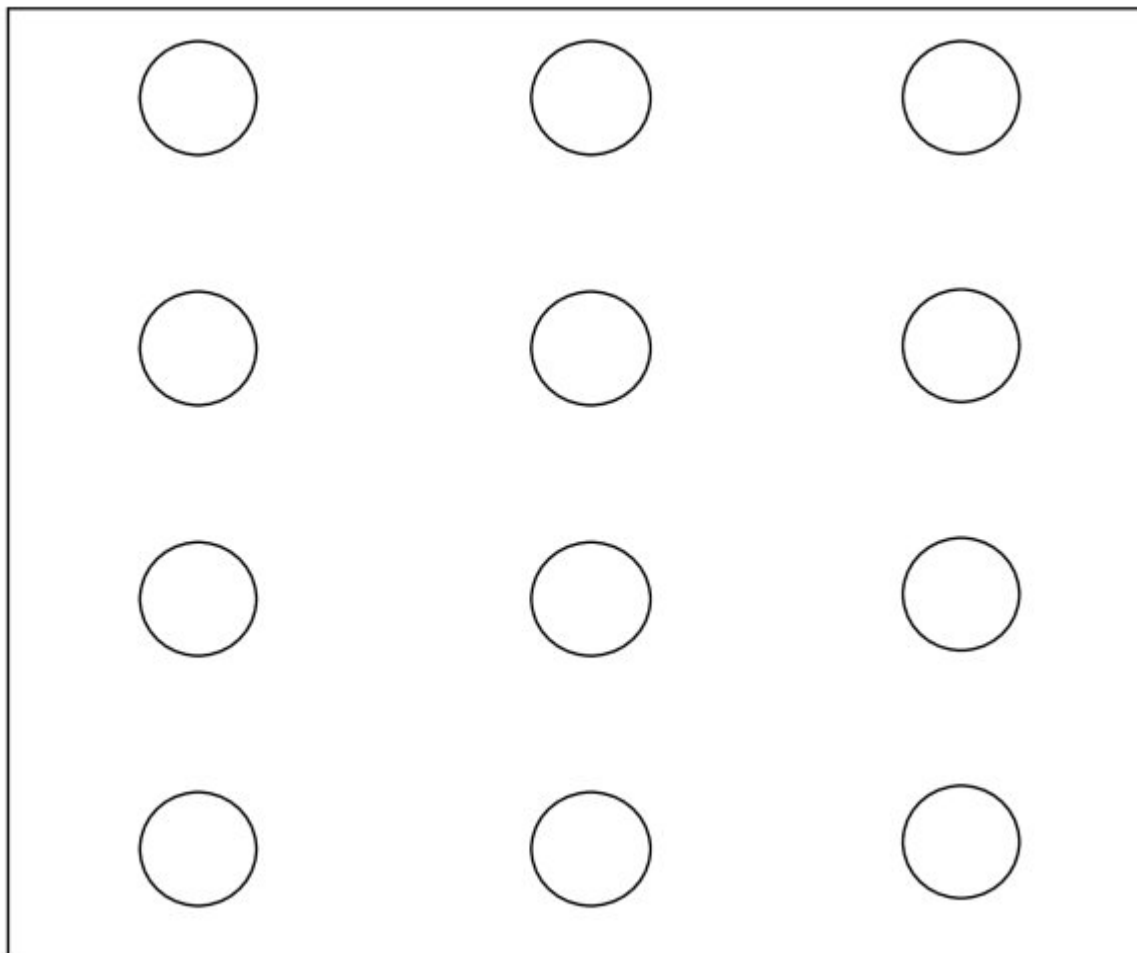


1.分子は、力が働くと**変形**する。

2.電子は、分子内部では
動くことができるが、

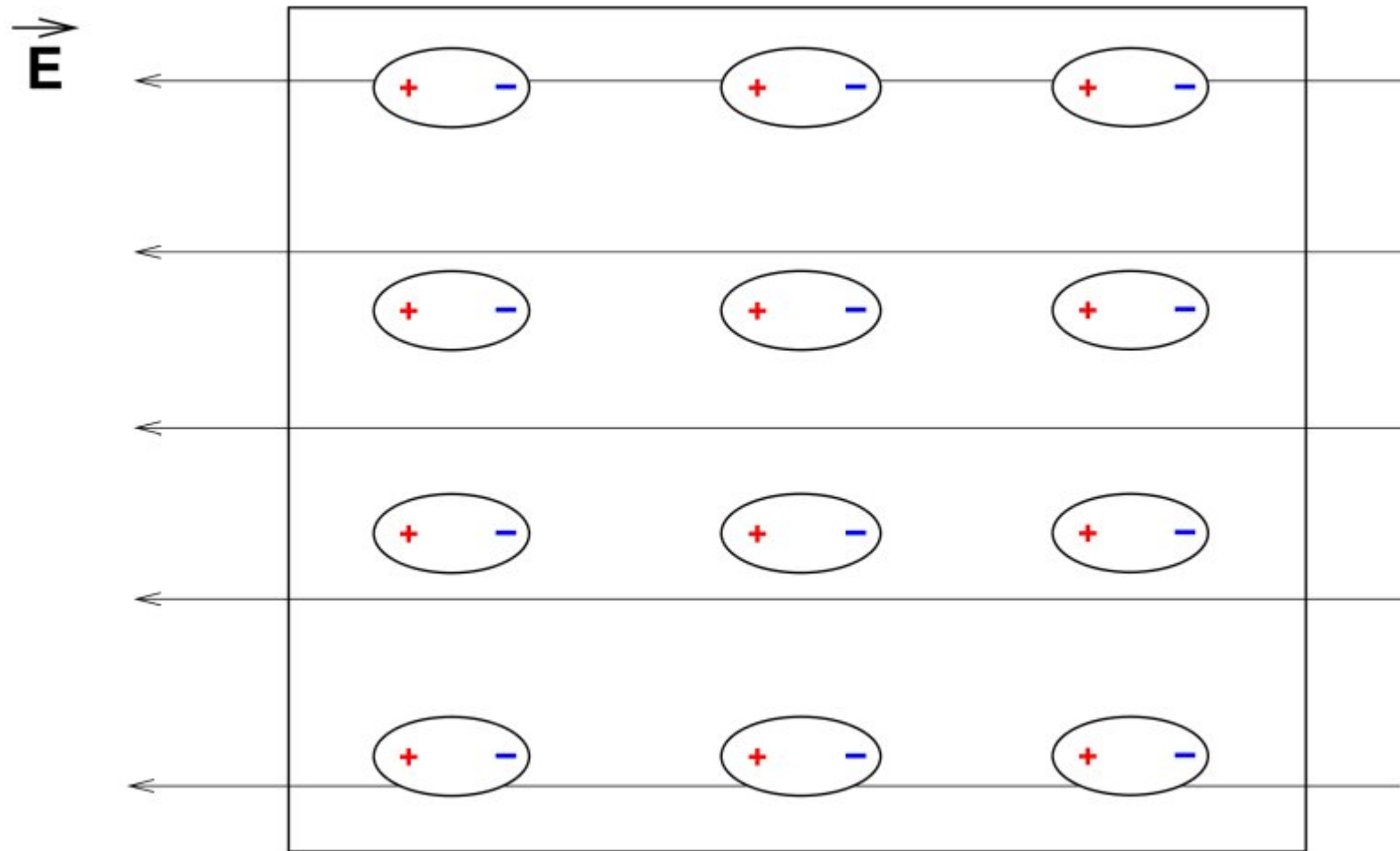
分子の外には出られない。

電場と誘電体分子



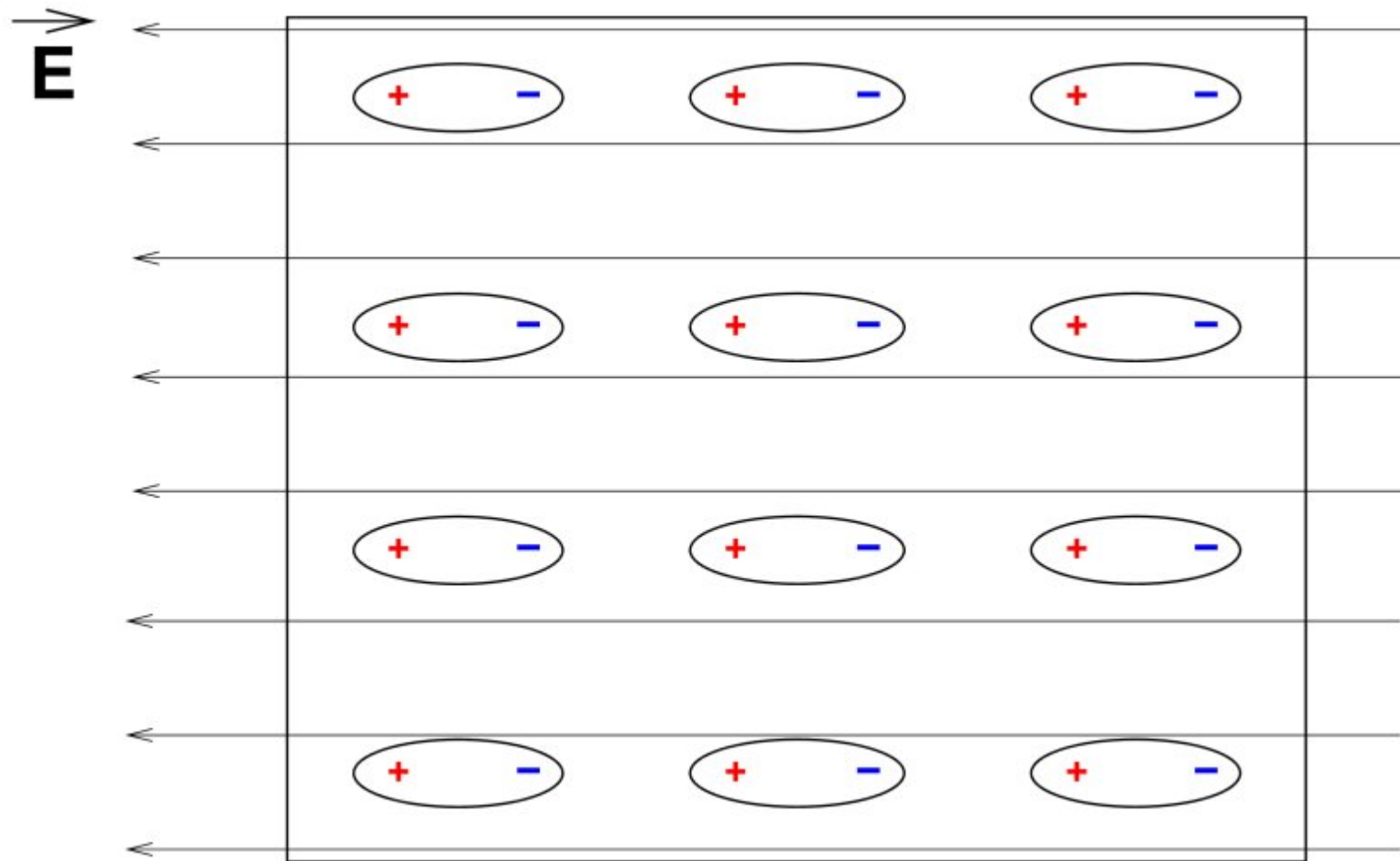
分子の中の電荷は、特に局在していない。

電場と誘電体分子



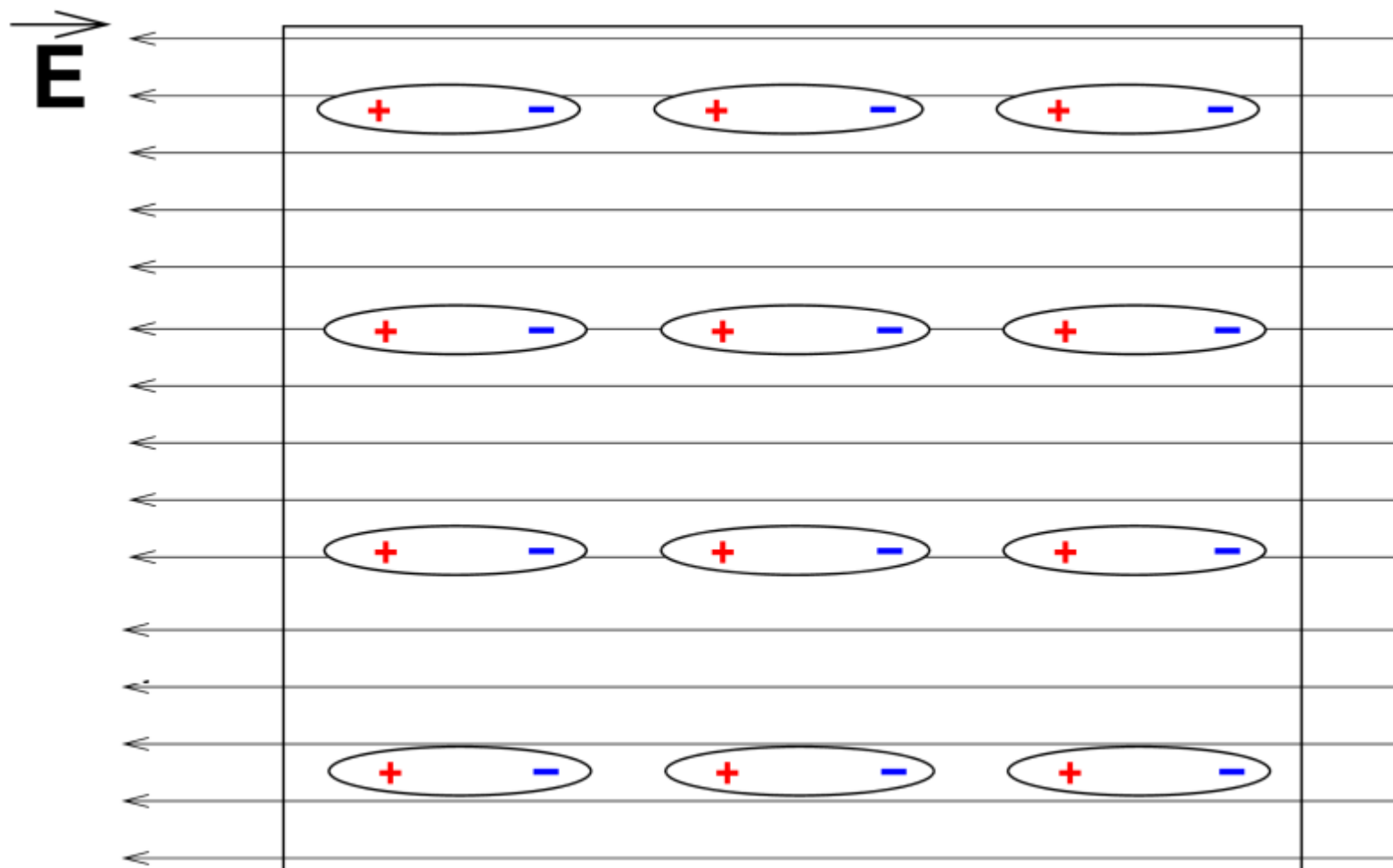
分子の中の電荷が局在しはじめる (分極)

電場と誘電体分子



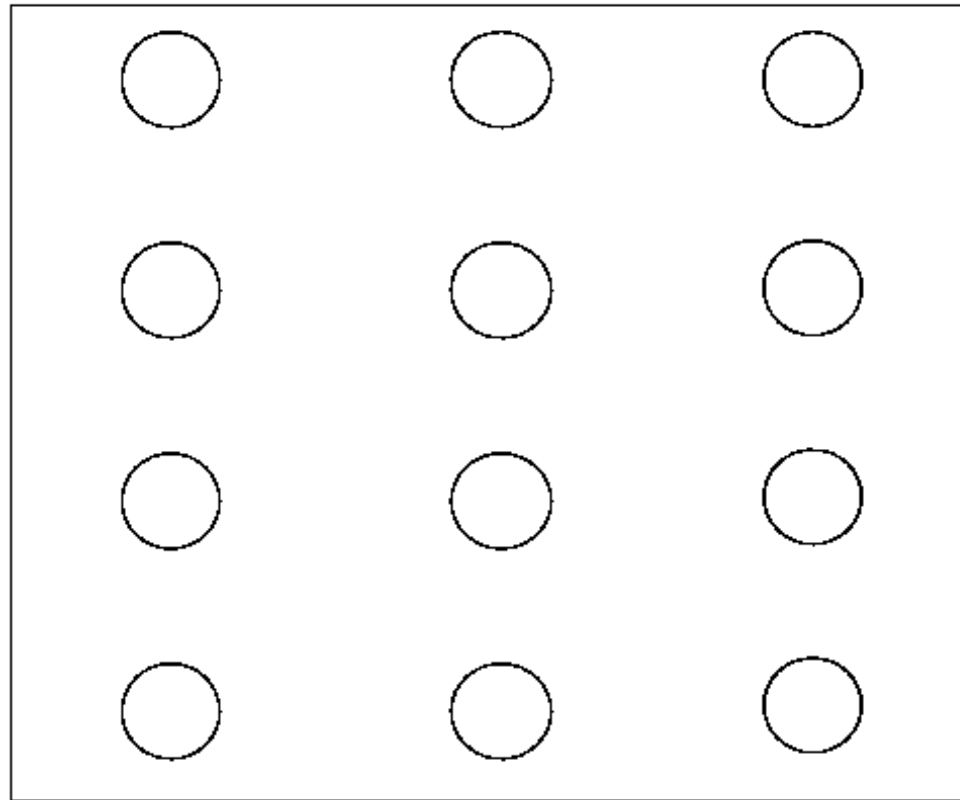
電場とともに **分極** が大きくなる。

電場と誘電体分子

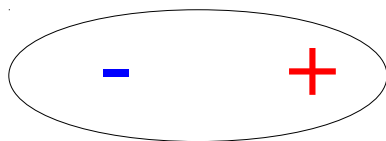


さらに電場が強くなると...

だんだん強くなってゆく電場と誘電体分子



分子の中の電荷が局在する現象を分極と呼ぶ。



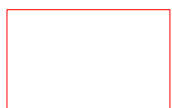
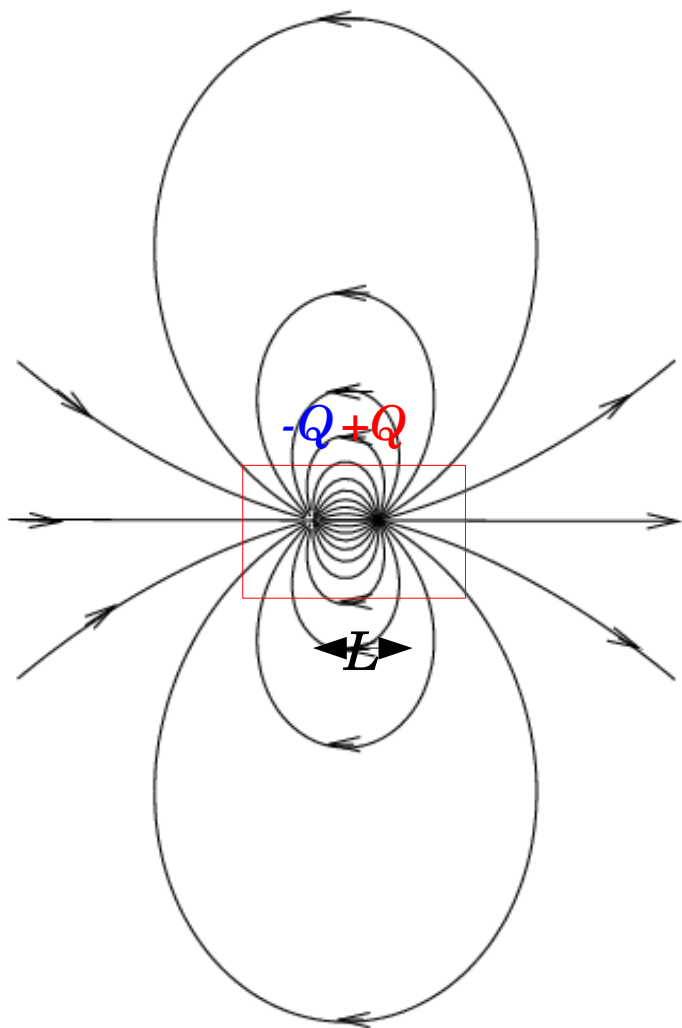
分極

$$= \begin{array}{c} \bullet \leftarrow L \rightarrow \bullet \\ -Q \qquad \qquad +Q \end{array}$$

電気双極子

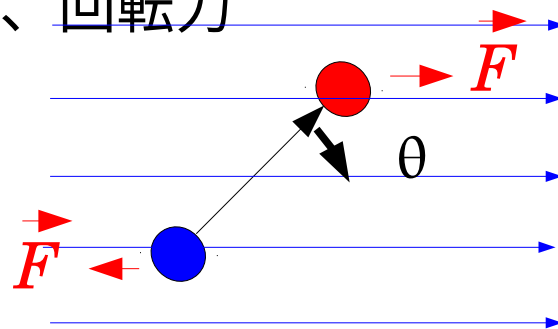
$p \equiv L \cdot Q$: 電気双極子モーメント

L を \vec{L} (負の電荷から正の電荷向かうベクトル) と置き換えることで、ベクトルとして定義することもできる。



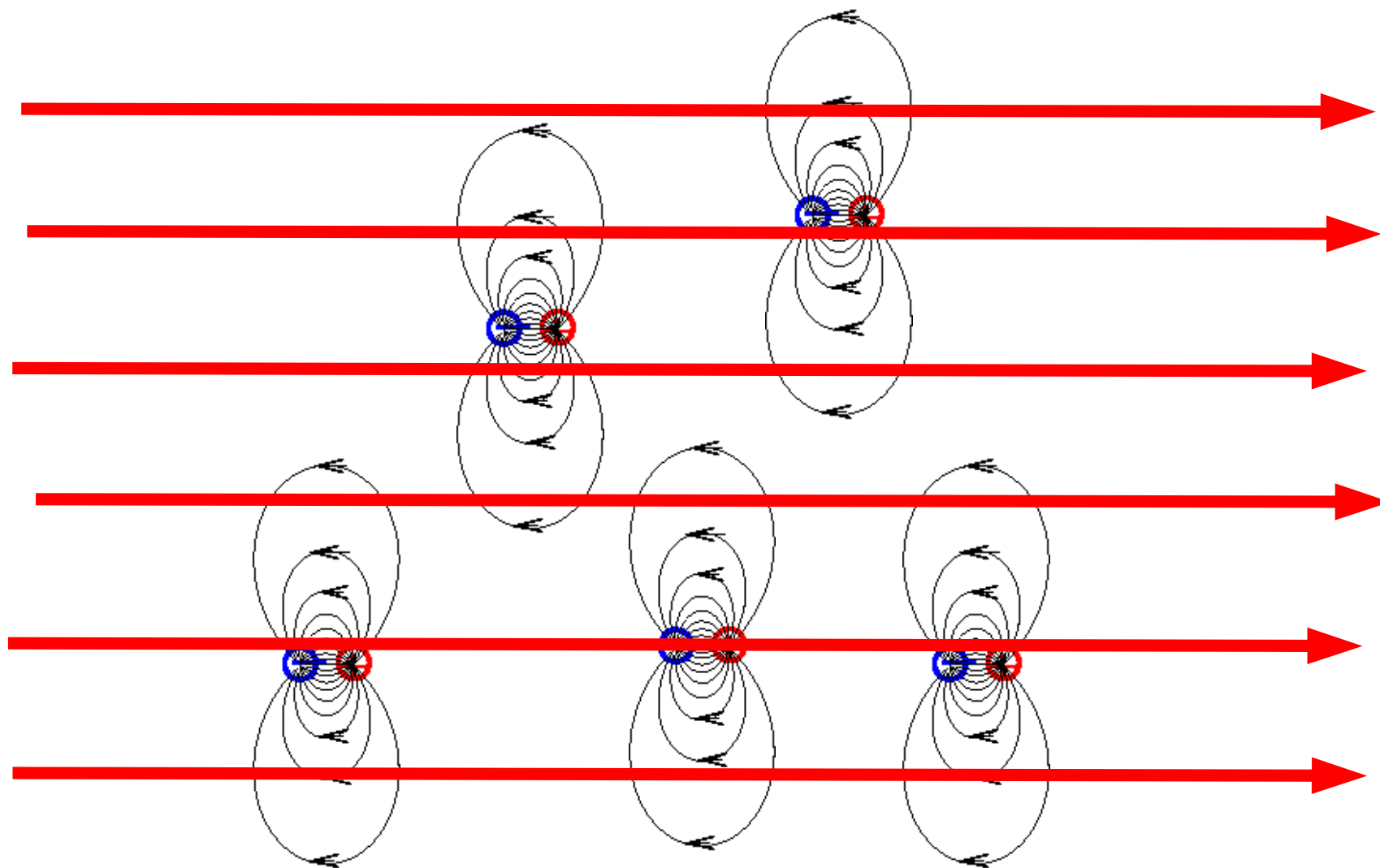
電場の強いところ

電場の中で電気双極子に働く力は、回転力



$$N = \sin \theta \cdot L \cdot F$$

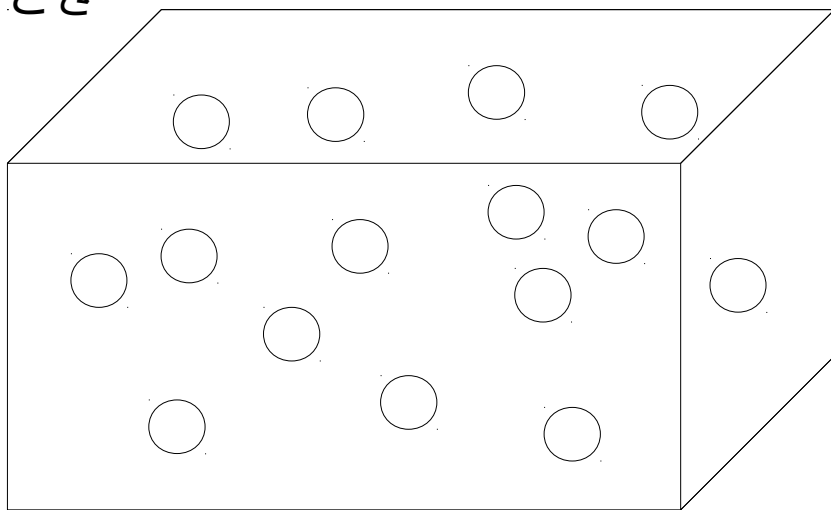
$$= E \cdot [LQ] \cdot \sin \theta$$



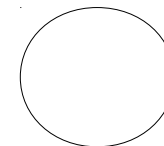
電気双極子の作る電場(黒)は、
外から与えられた、電場(赤)を打ち消す方向
==> 与えた電場が弱められる！

不導体 = 誘電体 (高分子化合物など)

電場が無いとき

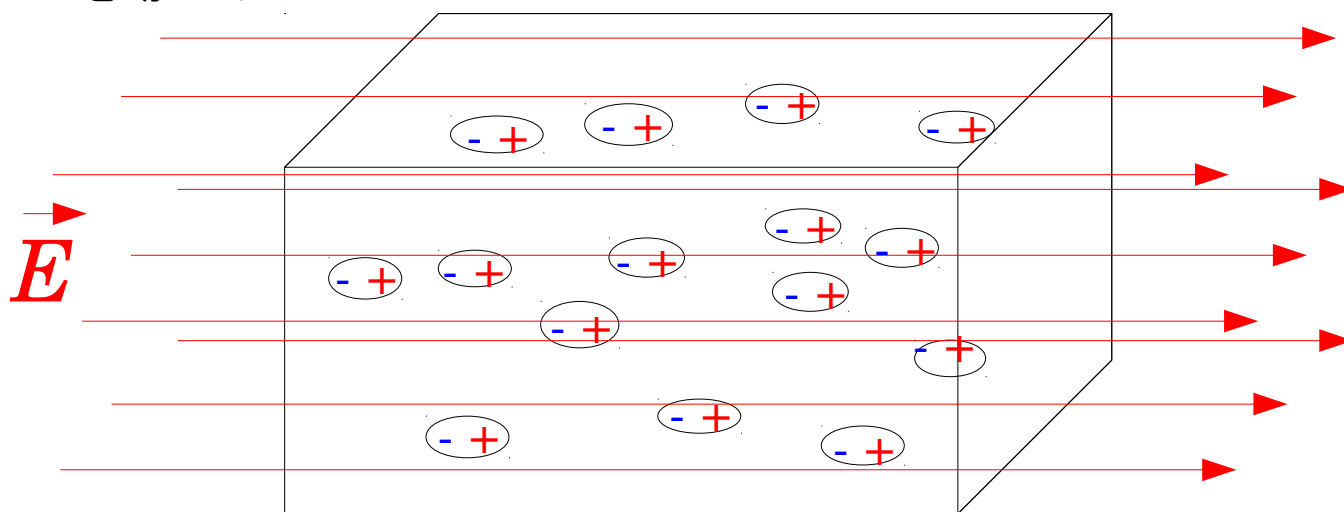


分子全体では
常に中性

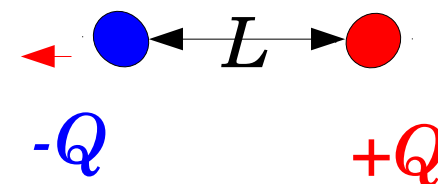
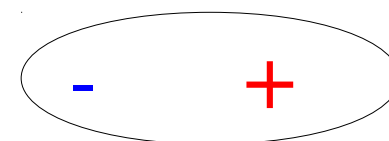


電荷の局在は無い

電場があると



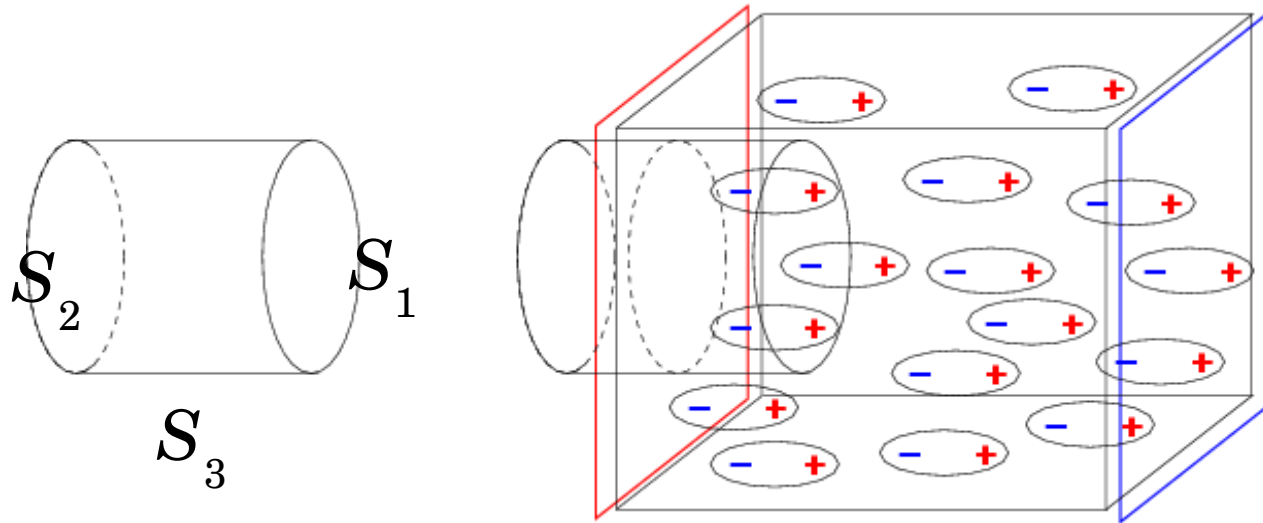
電場により分極



電気双極子

分極による電気双極子は外場と反対方向に電場をつくる。

誘電体を挟んだコンデンサーにおいて、
ガウスの法則を考える。

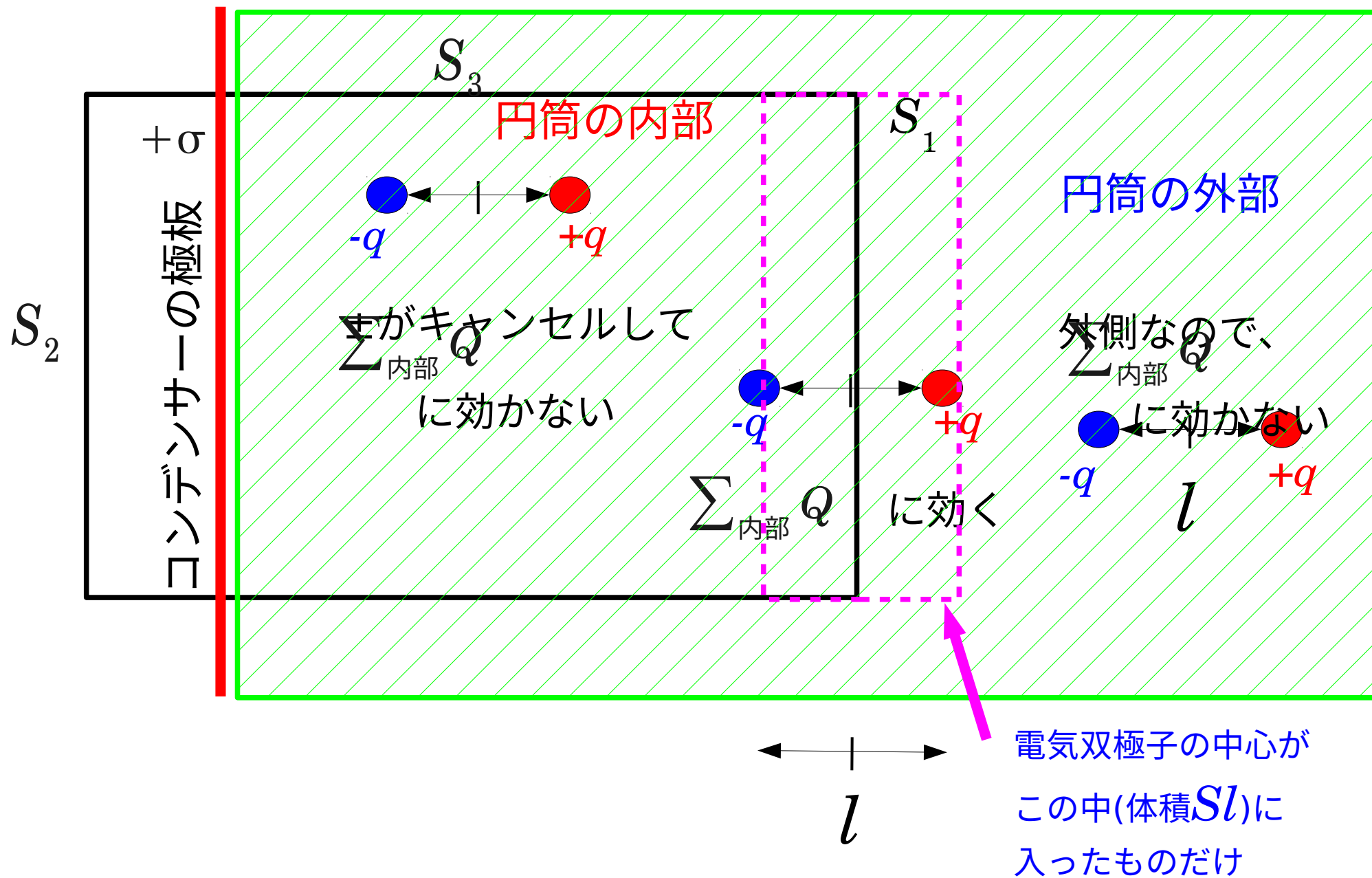


$$\int_{S_1} \hat{n} \cdot \vec{E} dS + \int_{S_2} \hat{n} \cdot \vec{E} dS + \int_{S_3} \hat{n} \cdot \vec{E} dS = \frac{\sum_{\text{内部}} Q}{\epsilon_0}$$

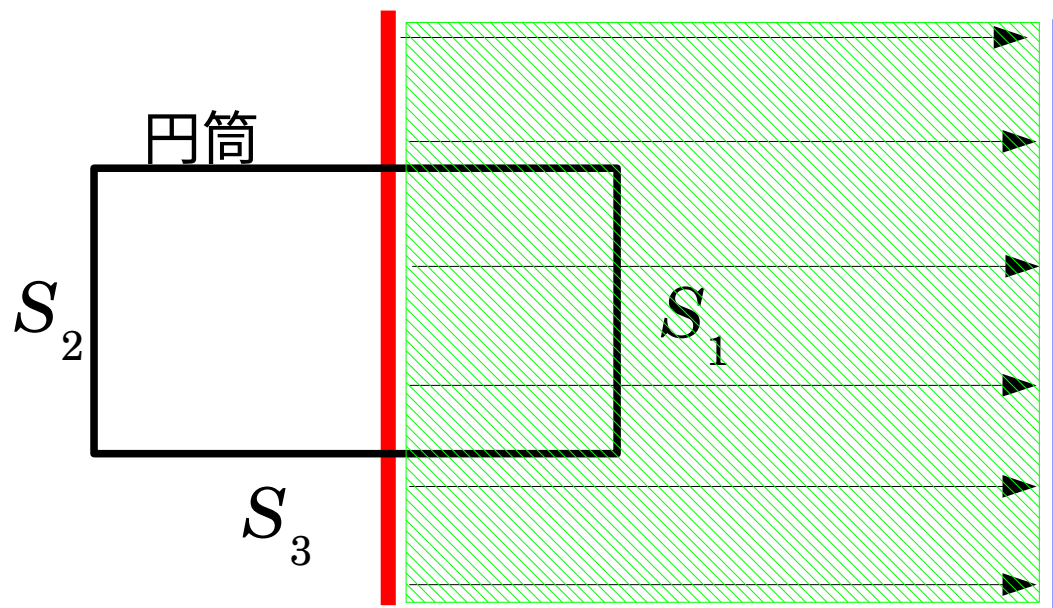
$$\sum_{\text{内部}} Q = \sum_{\text{内部}} Q_{\text{極版上}} + \sum_{\text{内部}} Q_{\text{分極電荷}}$$

(右辺)

$$\sum_{\text{内部}} Q = \sum_{\text{内部}} Q_{\text{極版上}} + \sum_{\text{内部}} Q_{\text{分極電荷}}$$



面積分(ガウスの法則の左辺)の評価



\vec{E} も分極の方向も \hat{n}_1 に平行

$$\int_{S_1} \hat{n}_1 \cdot \vec{E} dS = \langle E \rangle \cdot S_1,$$

コンデンサーの外側なので、

左辺はこれだけが生き残る

$$\int_{S_2} \hat{n}_2 \cdot \vec{E} dS = 0,$$

\vec{E} も分極の方向も \hat{n}_3 に垂直

$$\int_{S_3} \hat{n}_3 \cdot \vec{E} dS = 0$$

(右辺の続き)

$$\sum_{\text{内部}} Q_{\text{極版上}} = \sigma \cdot S_1$$

$$\sum_{\text{内部}} Q_{\text{分極電荷}} = - [\text{体積 } S_1 \cdot L \text{ 中の分極の数}] \cdot q = -\rho_d \cdot S_1 \cdot L \cdot q$$

ρ_d : 分極による電気双極子の密度

結局、ガウスの法則は

$$\langle E \rangle \cdot S_1 = \frac{\sum_{\text{内部}} Q_{\text{極板}} + \sum_{\text{内部}} Q_{\text{分極}}}{\epsilon_0}$$

$$\langle E \rangle \cdot S_1 = \frac{(\sigma \cdot S_1 - \rho_d \cdot S_1 \cdot L \cdot q)}{\epsilon_0}$$

$$\langle E \rangle = \frac{(\sigma - \rho_d \cdot L \cdot q)}{\epsilon_0}$$

← 電気双極子モーメント

得られた結果の解釈

$$P \equiv \rho_d \cdot L \cdot q$$

電気双極子モーメント

を分極(ここでは、現象ではなく物理量)と呼ぶ。
すなわち分極現象による、電気双極子モーメント
の密度の事

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

は、誘電体の無いときの(つまり真空での)
電場の強さであることに注意する。

通常、平均された電場 $\langle E \rangle$ を、ただ E と書くので、

$$E = E_0 - \frac{P}{\epsilon_0}$$

ベクトルの関係として

$$\vec{E} = \vec{E}_0 - \frac{\vec{P}}{\epsilon_0}$$

すなわち、電場の中に誘電体が置かれたとき、
分極(現象)により、誘電体内部では
分極(物理量)だけ、電場が弱められる。

さらに、

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E} \quad (\chi_e \text{を分極率と呼び、実験で求める})$$

を、仮定すると、物質がなかったとき(真空)の電場は、

$$\vec{E}_0 = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0} = (1 + \chi_e) \vec{E}$$

と計算できる。物質がなかったとき(真空)の電場を残しておくとなので、少し形を変えて、

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}_0 = \varepsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$$

(ε を(物質の)誘電率と呼ぶ)

と、新しい場: D (**電束密度**)を定義しておく。すると、

$$E_0 \cdot S_1 = \frac{\sum_{\text{内部}} Q_{\text{極板}}}{\varepsilon_0} \quad \text{だから、} \quad D \cdot S_1 = \sum_{\text{内部}} Q_{\text{極板}}$$

D は極板上の電荷だけと関係する。

結局、誘電体があることにより、何が変わるか。

1, 公式は真空中のものと同じで、真空の誘電率が、物質の誘電率で、置き換わる。(物質の誘電率は、実験で求める)

$$\epsilon_0 \rightarrow \epsilon$$

2, ガウスの法則は、電場(E)よりも、電束密度(D)に対して簡単に書ける。(分極電荷を無視して良いため)

$$\int_{[\text{閉曲面}]} \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{\sum_{[\text{内部}]} Q_{\text{極板上}} + \sum_{[\text{内部}]} Q_{\text{分極}}}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow \int_{[\text{閉曲面}]} \vec{D} \cdot \hat{n} dS = \sum_{[\text{内部}]} Q_{\text{極板上}}$$

3, 力、電位差を計算する時は、物質中の(平均)電場 E を用いる。

電束密度(D)は**仮想的**な場である。

今日の問題

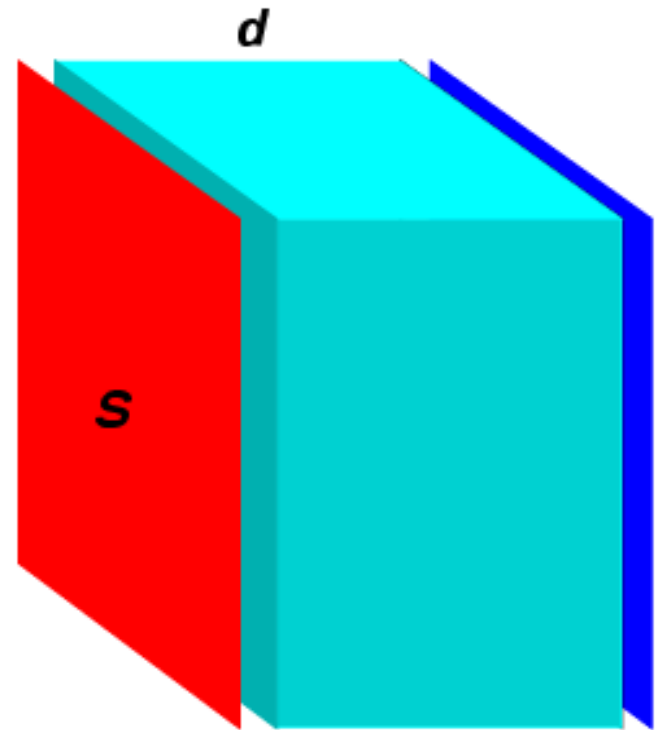
真空中のコンデンサーの極板間の電場の強さは、 $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$

極板間の電位差は $V = \frac{d}{\epsilon_0 S} Q$

コンデンサーの容量は $C \equiv \frac{\epsilon_0 S}{d}$

である。

極板間が誘電率 ϵ の物質で満たされた時に、これらはどう書き換えられるか示せ。



物質のある時、力や電位差には、物質中の電場を用いる。

コンデンサーの極板の電位差は、

$$V = E \cdot d = \frac{1}{1 + \chi_e} E_0 d = \frac{1}{1 + \chi_e} \frac{Q}{\epsilon_0 S} d$$

また

$$\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi_e)$$

より、

$$V = \frac{Q}{\epsilon S} d$$

したがって、コンデンサーの容量は

$$C = (1 + \chi_e) \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{\epsilon S}{d}$$

と倍される。(d が d に置き換わる)

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 1 + \chi_e$$

