物質の磁性：磁場中で物質の示す性質。

常磁性体、反磁性体、強磁性体

周期表

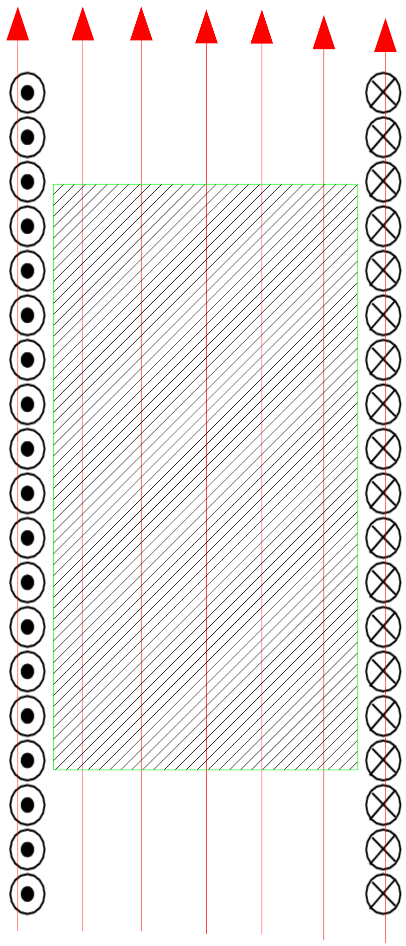
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1 H																	2 He
3 Li	4 Be											5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
11 Na	12 Mg											13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
55 Cs	56 Ba	*1	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn
87 Fr	88 Ra	*2	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Ds	111 Rg	112 Uub	113 Uut	114 Uuq	115 Uup	116 Uuh	117 Uus	118 Uuo

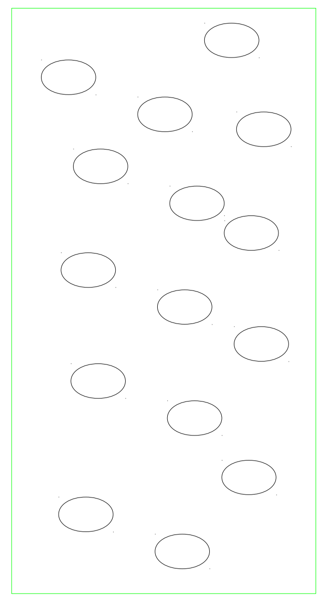
*1 ランタノイド:	57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu
*2 アクチノイド:	89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr

- 1 常温で固体
- 1 常温で液体
- 1 常温で気体
- 金属元素
- 半金属元素
- 非金属元素
- 人工元素
- アルカリ金属
- アルカリ土類金属
- ハロゲン
- 希ガス
- 遷移元素

Wikipediaより

物質と磁場

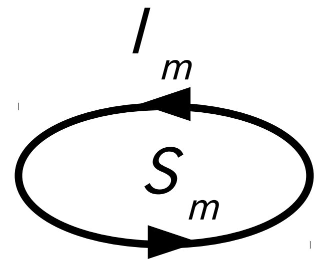




磁性は磁場中の物質のなかで
作られる磁気双極子により決まる。

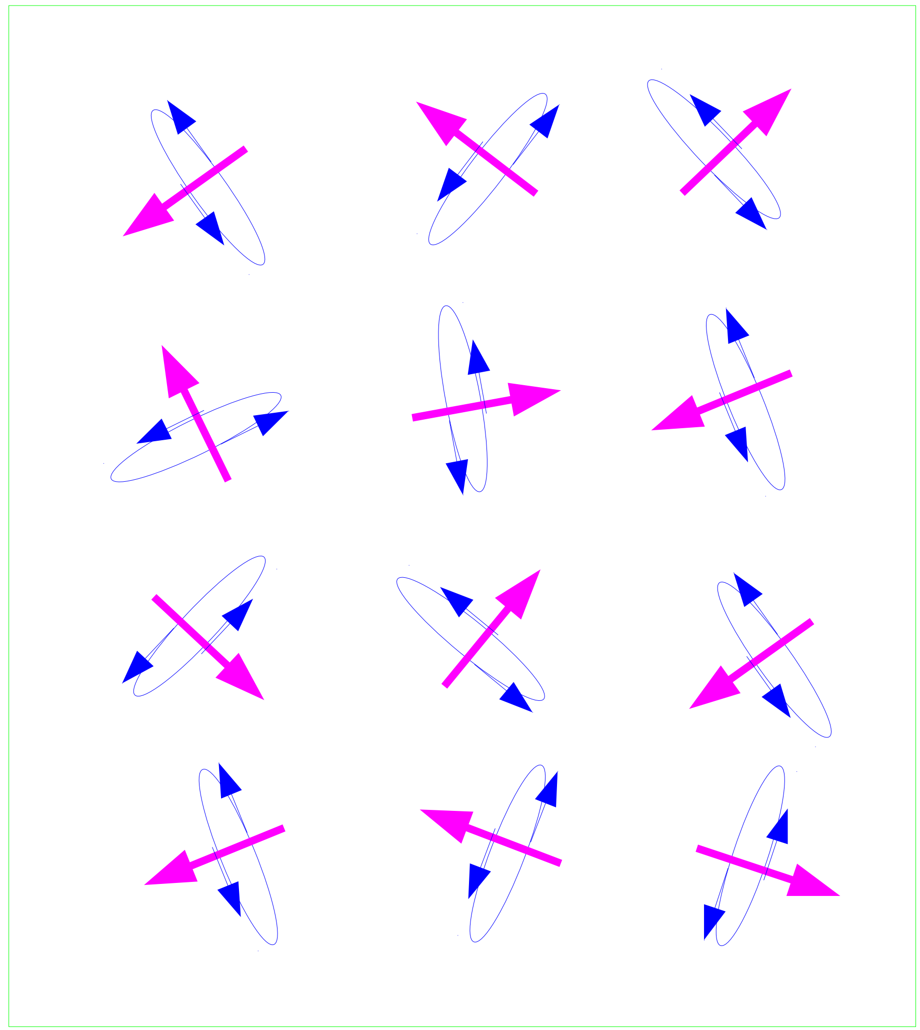
物質の中の電気双極子は、原子のスピンが関係すると考えられている。

磁気双極子のモデルとして、

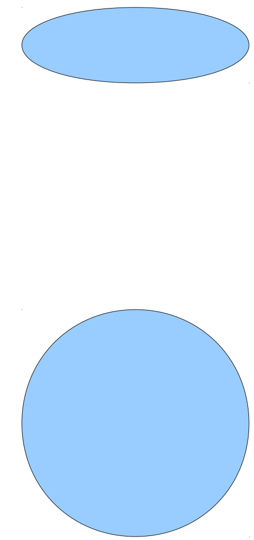


半径 r ($S_m = \pi r^2$) の円と、
そこを流れる電流 I_m を
考えると便利。

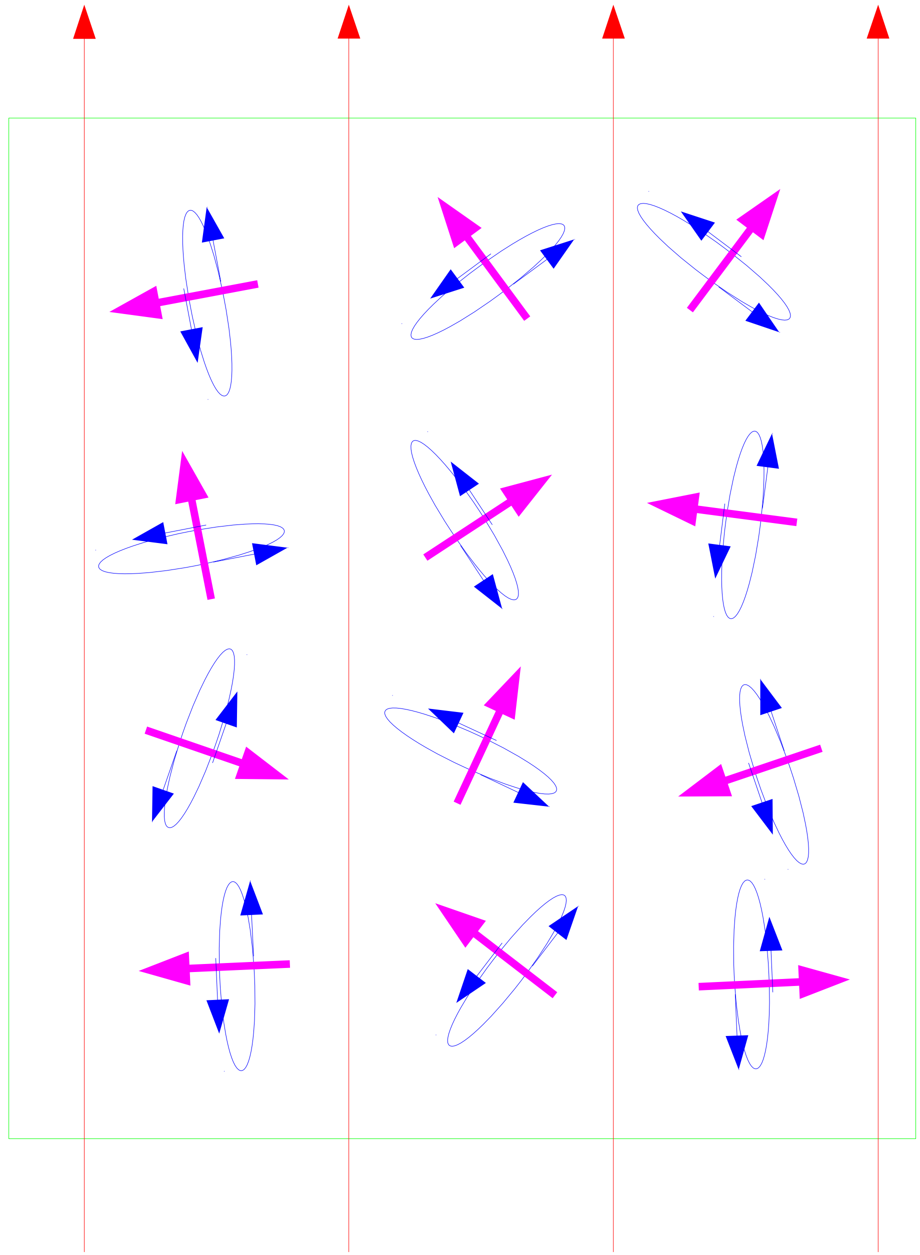
物質と磁場 1、常磁性体



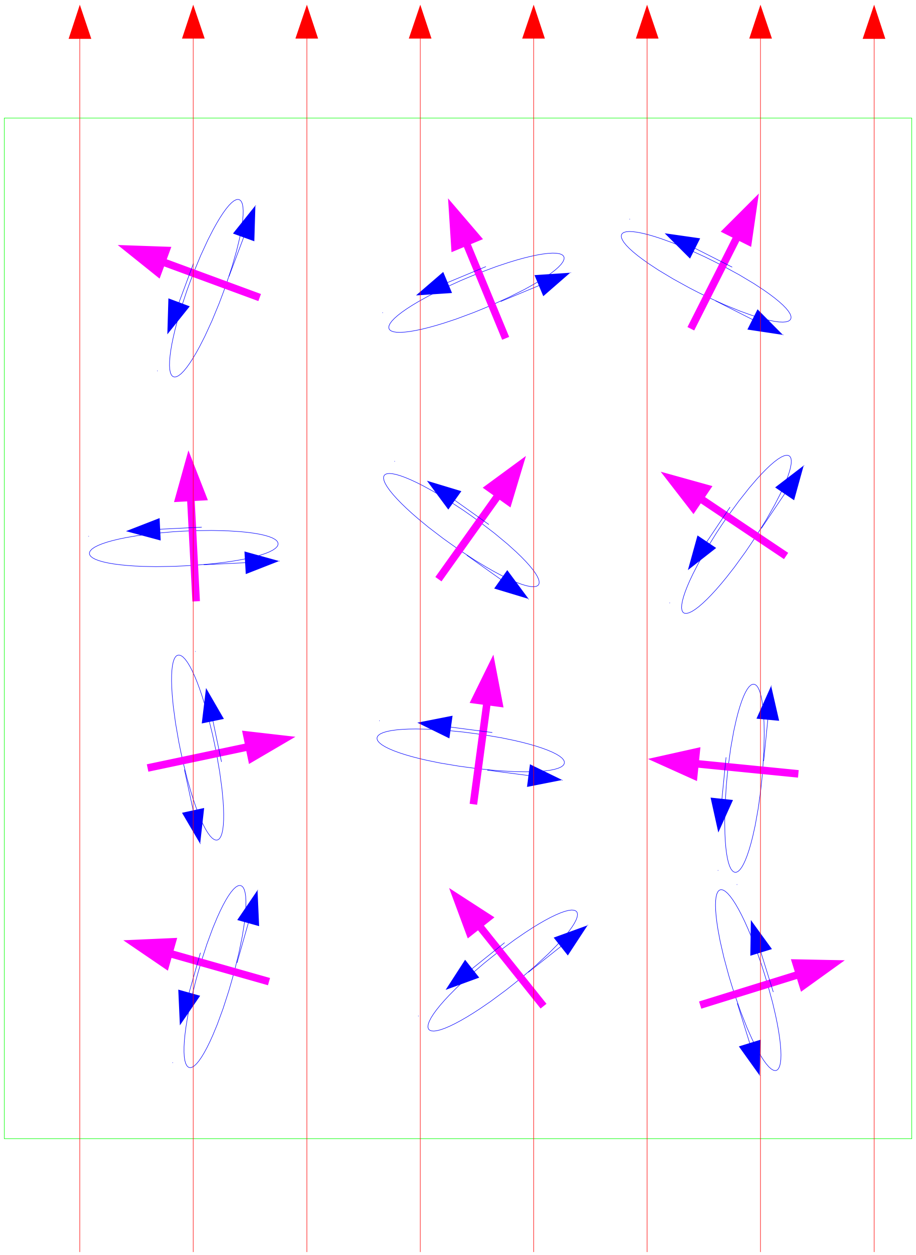
真上から見た
磁気双極子の断面積



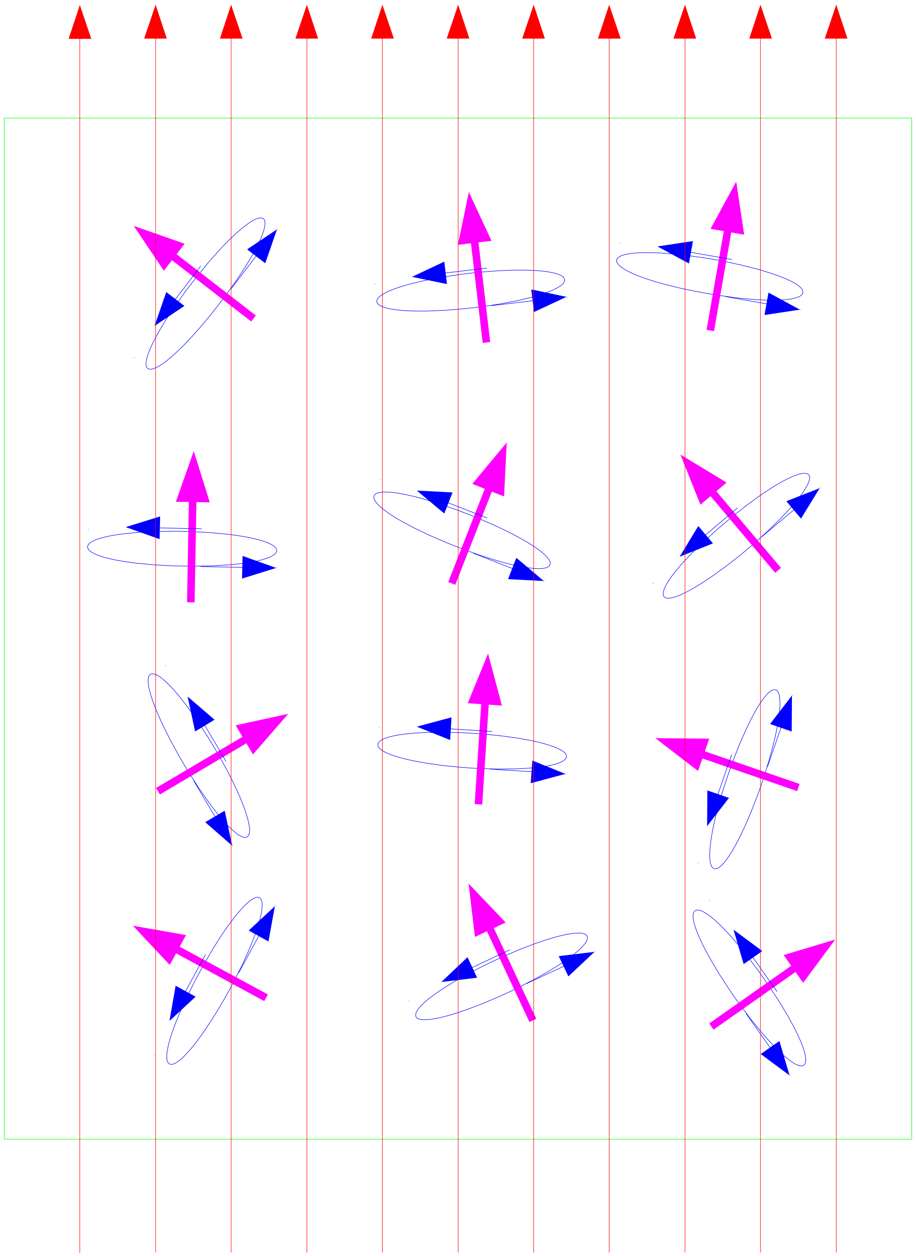
物質と磁場 1、常磁性体



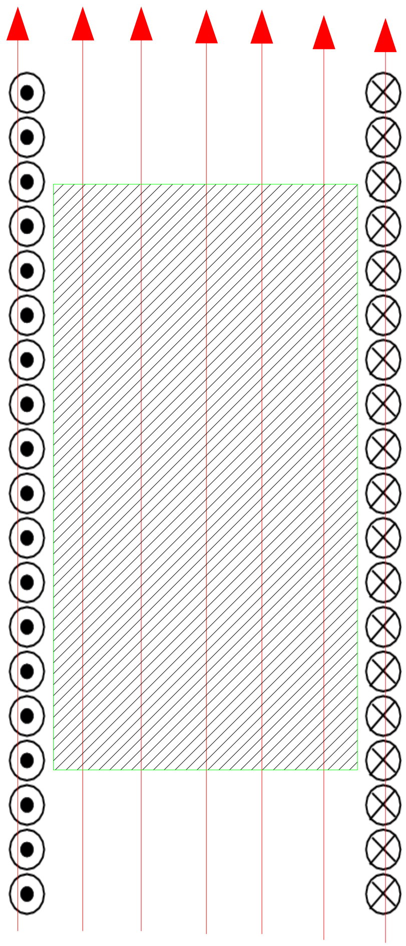
物質と磁場 1、常磁性体

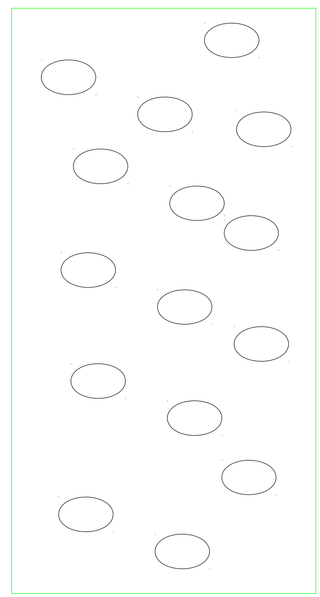


物質と磁場 1、常磁性体



物質と磁場

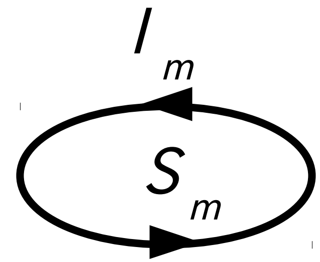




磁性は磁場中の物質のなかで
作られる磁気双極子により決まる。

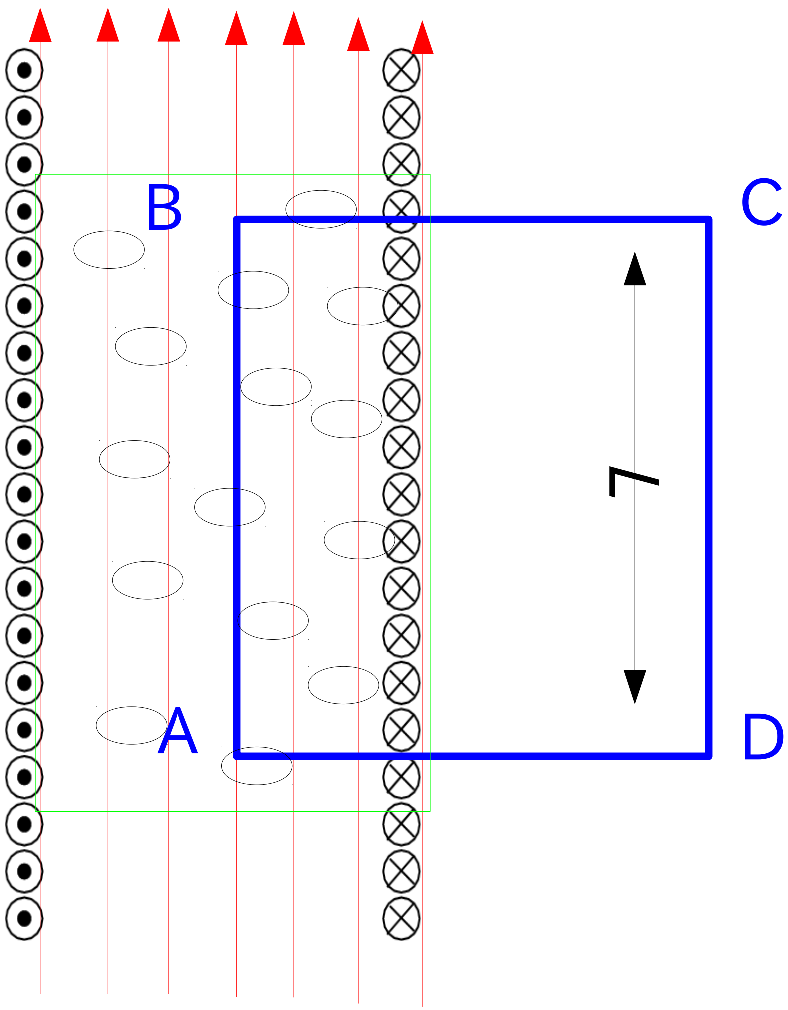
物質の中の電気双極子は、原子のスピンが関係すると考えられている。

磁気双極子のモデルとして、



半径 r ($S_m = \pi r^2$) の円と、
そこを流れる電流 I_m を
考えると便利。

物質を考えた、アンペールの法則



$$\oint_{ABCD} \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 \sum_{ABCD\text{の中}} I$$

$$= \mu_0 n_1 I \cdot L + \text{磁気双極子の寄与}$$

$$\oint_{ABCD} \vec{B}\cdot d\vec{s} = \int_{AB} \vec{B}\cdot d\vec{s}$$

$$+ \int_{BC} \vec{B}\cdot d\vec{s} \quad (=0)$$

$$+ \int_{CD} \vec{B}\cdot d\vec{s} \quad (=0)$$

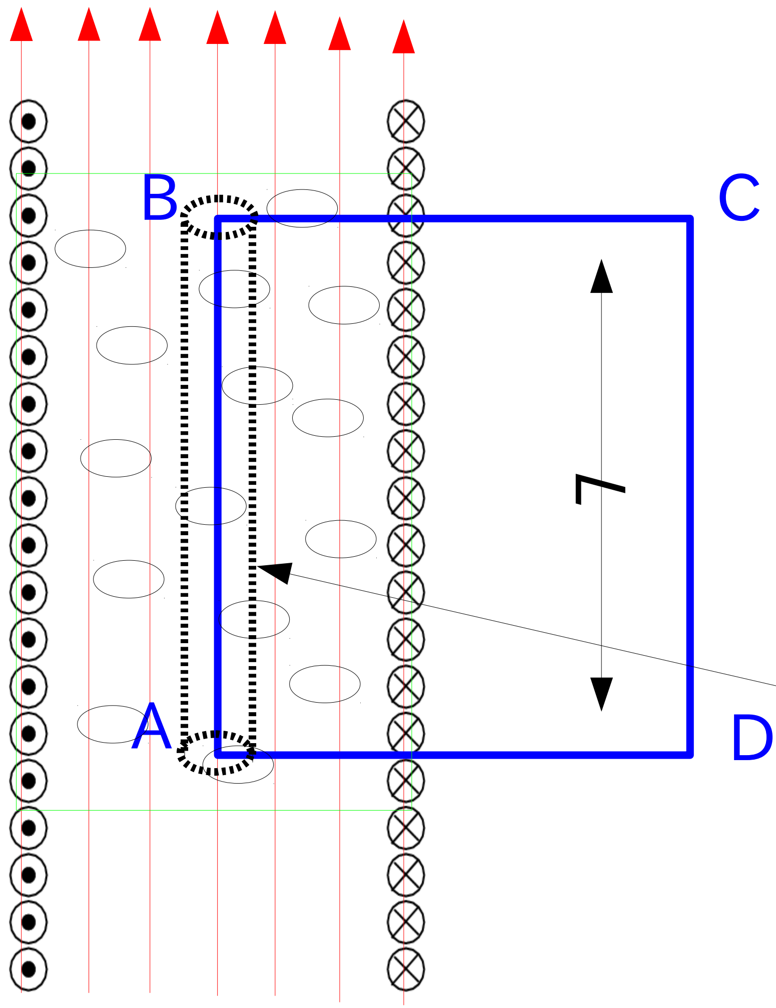
$$+ \int_{DA} \vec{B}\cdot d\vec{s} \quad (=0)$$

したがってアンペールの法則の左辺は

$$\oint_{ABCD} \vec{B}\cdot d\vec{s} = \int_{AB} \vec{B}\cdot d\vec{s}$$

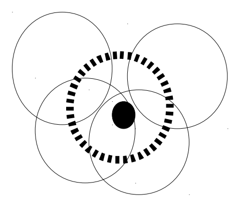
$$= \langle B \rangle L$$

右辺＝ソレノイドの電流＋磁気双極子の寄与



磁気双極子として、
半径rの円と、そこを流れる電流 I_m
を考える。

ABを真上から見た図。



点線の半径r円の中に
中心が入る磁気双極子が
寄与する。

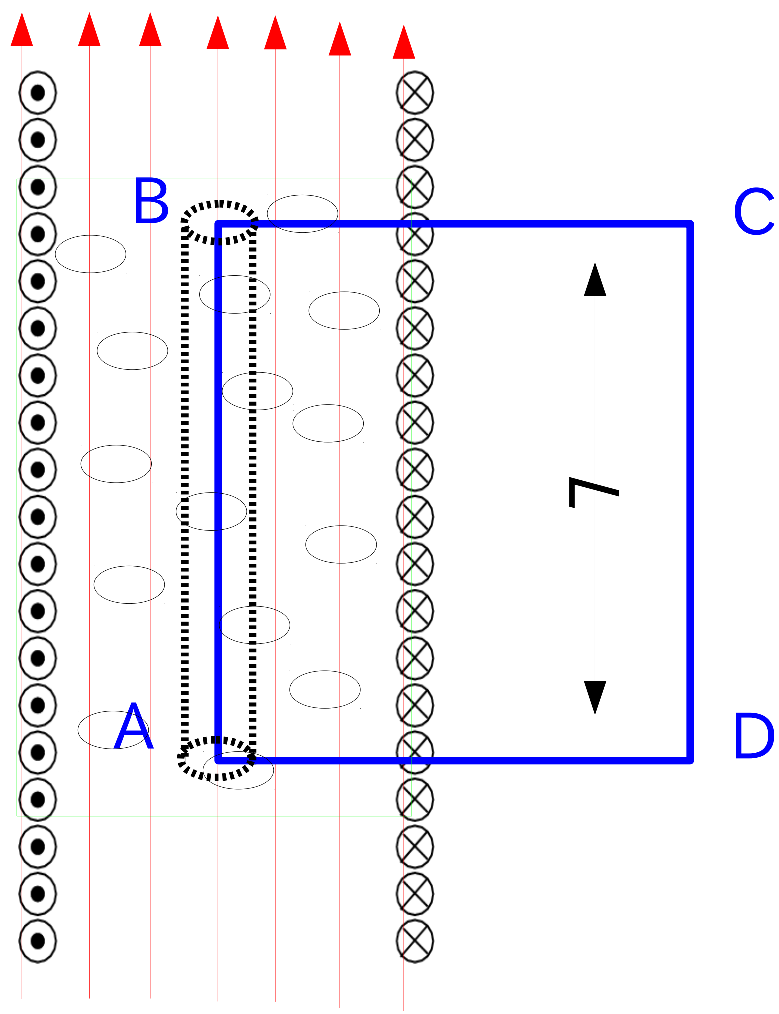
左の図では点線で書いた円柱の中に
中心のある電気双極子が寄与する。

したがって、
磁気双極子の(数)密度をρ_mとすると、

磁気双極子の寄与 $=\mu_0 \rho_m S_m L \cdot I_m$

($S_m L$ は長さL, 断面積 S_mの棒の体積)

磁気双極子の寄与(続き)



従って、アンペールの法則は、

$$<B>L = \mu_0 n_1 I \cdot L + \mu_0 \rho_m S_m L \cdot I_m$$

$\mu_0 n_1 I$ は、真空でのソレノイドの磁場である。電場の場合と同じく、真空中の磁場を別の形、

$\mu_0 H$ で書いておくと便利。すなわち、

$$<B> = \mu_0 H + \mu_0 \rho_m S_m I_m$$

また、$[I_m S_m]$ は物質の磁気双極子モーメントなので、

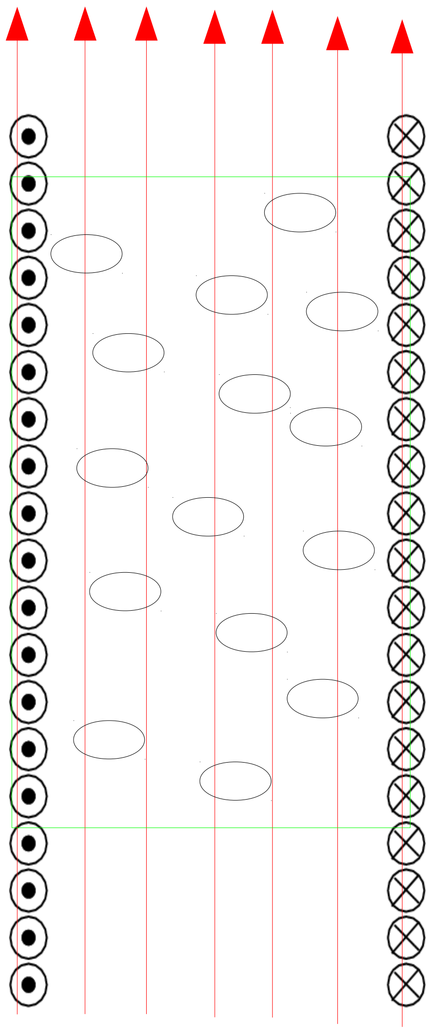
$$M \equiv \mu_0 \rho_m [I_m S_m]$$

とおくと、Mは磁気双極子モーメント密度に μ_0 をかけたもの。平均磁場をただBと書き、方向も考えると、

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M}$$

が得られる。

物質中の磁気双極子の解釈



磁気双極子モーメント密度Mは一般に磁化と
呼ばれる。物理的にはBに比例すると考えられるが、
真空中の磁場 $\mu_0 H$も、Bに比例するので、

$$M = \chi_m(\mu_0 H)$$

と仮定する。この比例定数 χ_mを磁化率と呼ぶ。
結局

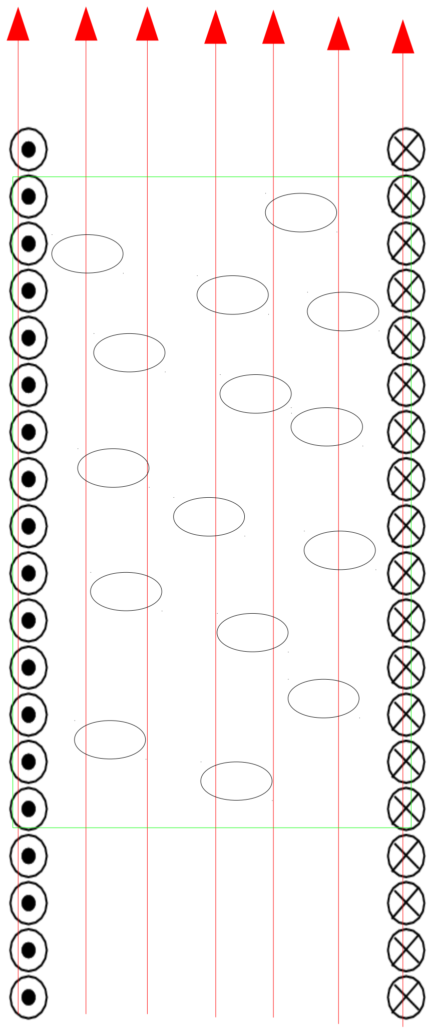
$$B = \mu_0 H + M = \mu_0(1 + \chi_m) H = \mu H$$

磁化率 χ_mは実験的に求められるが、正の値を
持つものを磁性体、負の値を持つものを反磁性体、
大きな正の値を持つものを強磁性体と呼ぶ。

$$\mu = \mu_0(1 + \chi_m)$$

は（物質の）透磁率と呼ばれる。

結局、物質がある時の、磁場の法則は？



真空の透磁率を(物質の)透磁率に置き換える

$$\mu_0 \ \rightarrow \ \mu = \mu_0 (1 + \chi_m)$$

本来真空の磁場を表す、*H*では、物質の中でも、
物質の磁気双極子の補正が不要。
アンペールの法則がそのまま成り立つ。

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum_{\text{積分に囲まれた}} I$$

(磁気双極子の補正は、表面に出て来ない)

注意、*H* を磁場、*B* を磁束密度と呼ぶほうが
公式な用語とされる。

「電場と物質との関係」との比較

$$\vec{P}=\varepsilon_0\chi_e\vec{E}$$ （χ_eを分極率と呼び、実験で求める）

を、仮定すると、物質がなかったとき(真空)の電場は、

$$\vec{E}_0=\vec{E}+\frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}=(1+\chi_e)\vec{E}$$

と計算できる。物質がなかったとき(真空)の電場を残しておくと便利なので、
少し形を変えて、

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}_0=\varepsilon_0(1+\chi_e)\vec{E}=\varepsilon\vec{E}$$

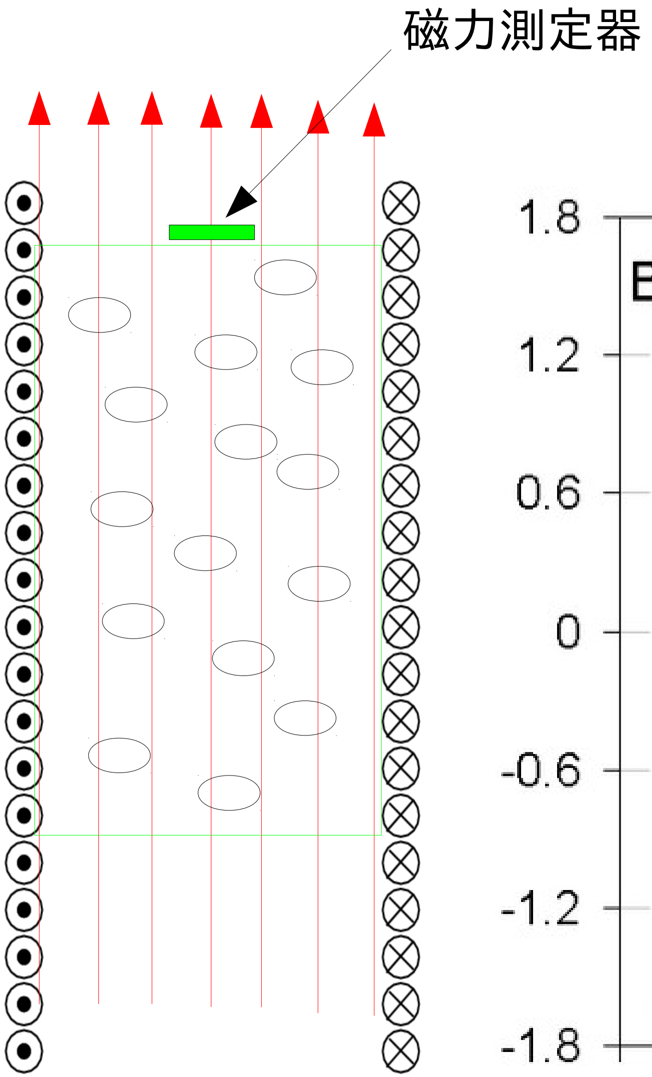
(ε を(物質の)誘電率と呼ぶ)

と、新しい場: D(電束密度)を定義しておく。ガウスの法則は、

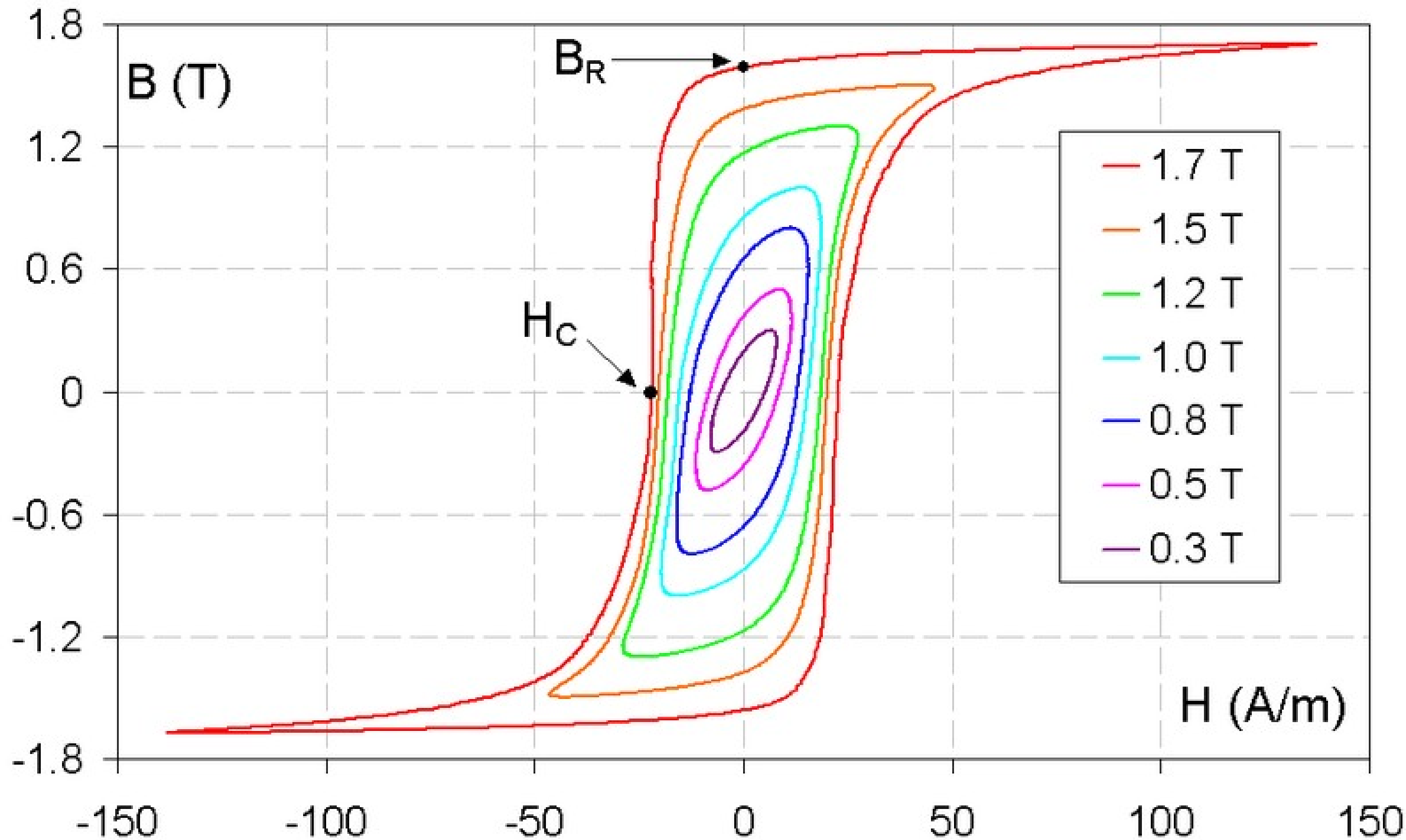
$$E_0\cdot S_1=\frac{\sum_{内部}Q_{極板}}{\varepsilon_0}$$ より $$D\cdot S_1=\sum_{内部}Q_{極板}$$

と、分極電荷を意識しないで書けた。

磁性　　強磁性体のヒステリシス



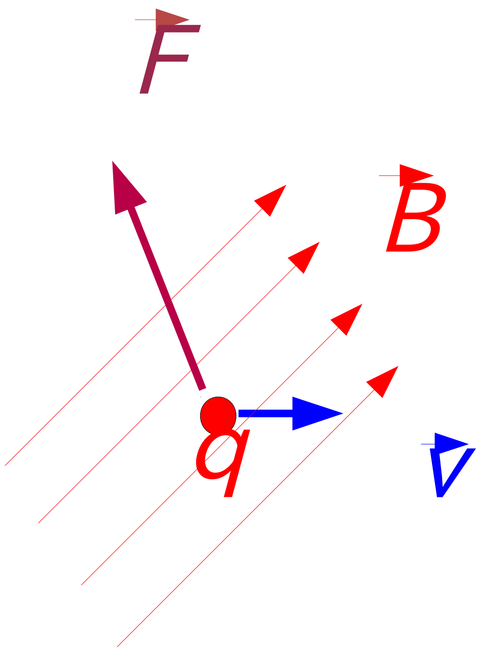
$H \equiv n_1 I$ を変化させながらBの測定



横軸 H はソレノイドに流れる電流で、自由に変えられる!

http://en.wikipedia.org/wiki/Image:B-H_loop.png

磁場が電荷にあたえる力
やはり外積で表現される



$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

電場も加えて、電磁場が電荷に与える力は

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B} + \vec{E})$$

ともっとも一般的に書かれる。
これを、**ローレンツ力**と呼ぶ。

今日の問題、一様で、静止している磁場中の荷電粒子

磁場中で、動いている電子がある。
どのような運動をするか、知ることを述べよ。

磁場中の電子の運動

一様な磁場中の荷電粒子の運動方程式は、

荷電粒子の速度を

$$\vec{v}=(v_x, v_y, v_z)=\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}\right)$$

一様な磁場ベクトルを

$$\vec{B}=(B_x, B_y, B_z)$$

とおくと、

$$m\frac{d\vec{v}}{dt}=q(\vec{v}\times\vec{B})$$

特に、運動エネルギーは、

$$E=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\vec{v}\cdot\vec{v}$$

だから、

$$\frac{dE}{dt}=\frac{1}{2}m\frac{d}{dt}(\vec{v}\cdot\vec{v})=\frac{1}{2}m\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\cdot\vec{v}+\vec{v}\cdot\frac{d\vec{v}}{dt}\right)=\vec{v}\cdot\left(m\frac{d\vec{v}}{dt}\right)$$

だが、運動方程式を代入すると、

$$\frac{dE}{dt}=\vec{v}\cdot\left(q(\vec{v}\times\vec{B})\right)=q[\vec{v}\cdot(\vec{v}\times\vec{B})]=\boxed{0} \qquad \left(\vec{v}\perp(\vec{v}\times\vec{B})\right)$$

つまり、磁場中では（加速度は受けるが）運動エネルギーは変化しない。

一様な磁場中の荷電粒子の運動

運動方程式 $m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)$ を、

$$\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$$

$$\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$$

とおいて解く。ここで磁場はz軸に平行と考えてみると、

$$\vec{B} \parallel \hat{k} \longrightarrow \vec{B} = B_z\hat{k} = B\cdot\hat{k}$$

$$m\frac{d}{dt}\left(v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}\right) = q\left(v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}\right)\times\left(B\cdot\hat{k}\right)$$

$$= q\left(v_x B\left(\hat{i}\times\hat{k}\right) + v_y B\left(\hat{j}\times\hat{k}\right)\right)$$

$$= q\left(-v_x B\cdot\hat{j} + v_y B\cdot\hat{i}\right)$$

つまり、

$$m\frac{dv_x}{dt} = q \cdot v_y \cdot B \qquad \text{...(a)}$$

$$m\frac{dv_y}{dt} = -q \cdot v_x \cdot B \qquad \text{...(b)}$$

$$m\frac{dv_z}{dt} = 0$$

b を a に代入して

$$\frac{d^2 v_x}{dt^2} = \frac{qB}{m}\frac{dv_y}{dt} \cdot B = -\left(\frac{qB}{m}\right)^2 v_x$$

$$\frac{d^2 v_x}{dt^2} + \left(\frac{qB}{m}\right)^2 v_x = 0$$

$$v_x = v_\perp \sin(\omega t)$$

$$v_y = v_\perp \cos(\omega t)$$

ただし、 $\omega = \dfrac{qB}{m}$

$$v_z = v_\parallel$$

$$v_x = v_\perp \sin(\omega t)$$

$$\Rightarrow \quad x = \int v_x \, dt + x_0 = \int v_\perp \sin(\omega t)\, dt + x_0 = -r_0 \cos(\omega t) + x_0$$

$$v_y = v_\perp \cos(\omega t)$$

$$\Rightarrow \quad y = \int v_y \, dt + y_0 = \int v_\perp \cos(\omega t)\, dt + y_0 = \ \ r_0 \sin(\omega t) + y_0$$

$$v_z = v_\parallel$$

$$\Rightarrow \quad z = v_\parallel t + z_0$$

$$r_0 = \frac{v_\perp}{\omega} = \frac{m v_\perp}{q B} = \frac{p_\perp}{q B}$$

まとめると、

$$x = -r_0 \cos(\omega t) + x_0$$

$$y = \ \ r_0 \sin(\omega t) + y_0$$

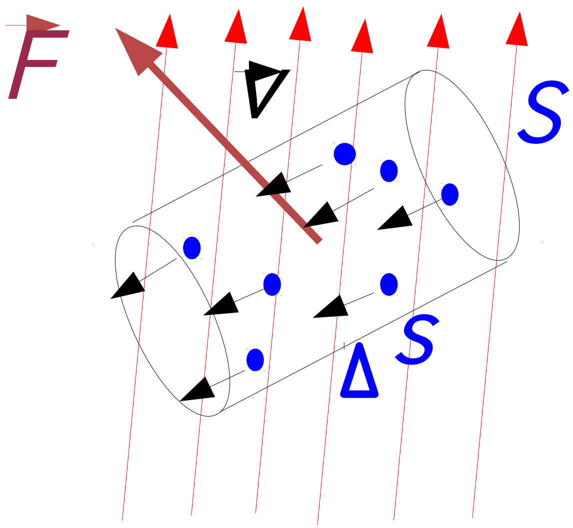
$$z = v_\parallel t + z_0$$

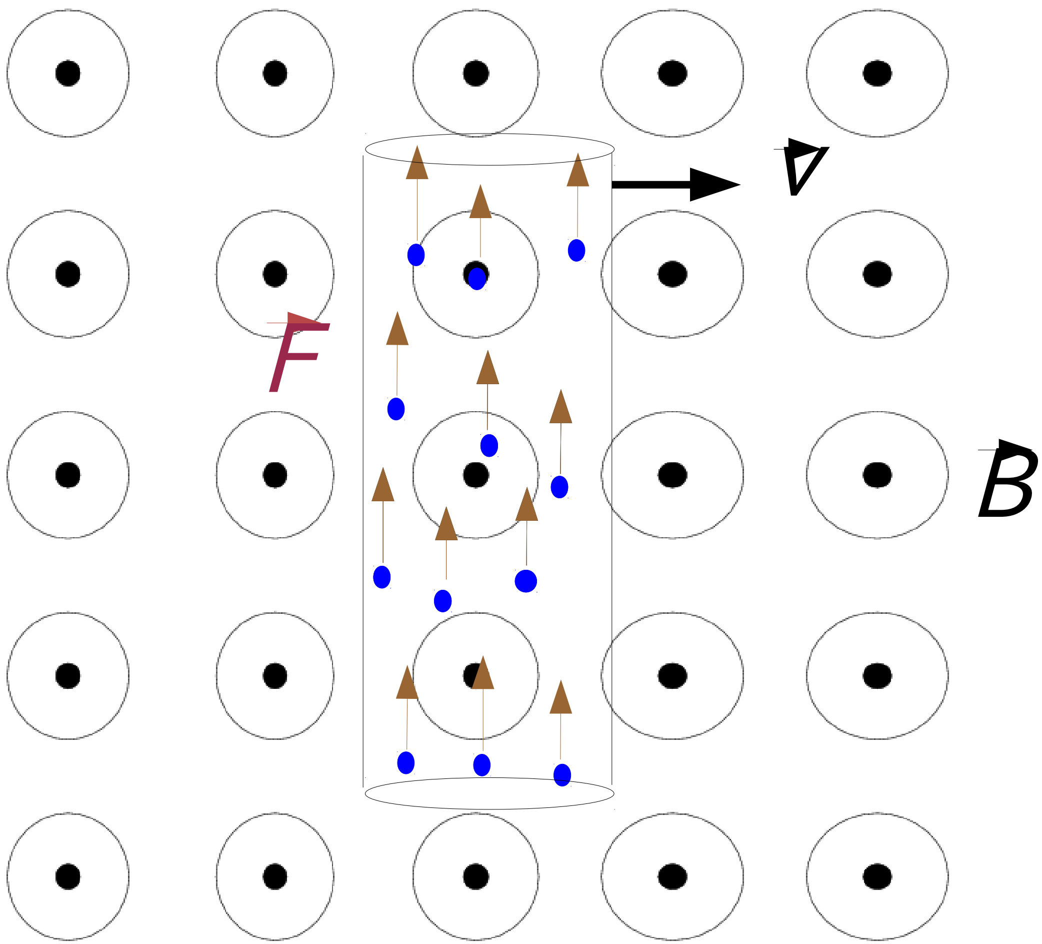
Z 方向の螺旋運動

電磁誘導

動いている物体の中の電子に、磁場があたえる力

$$\vec{F} = -e(\vec{v} \times \vec{B})$$

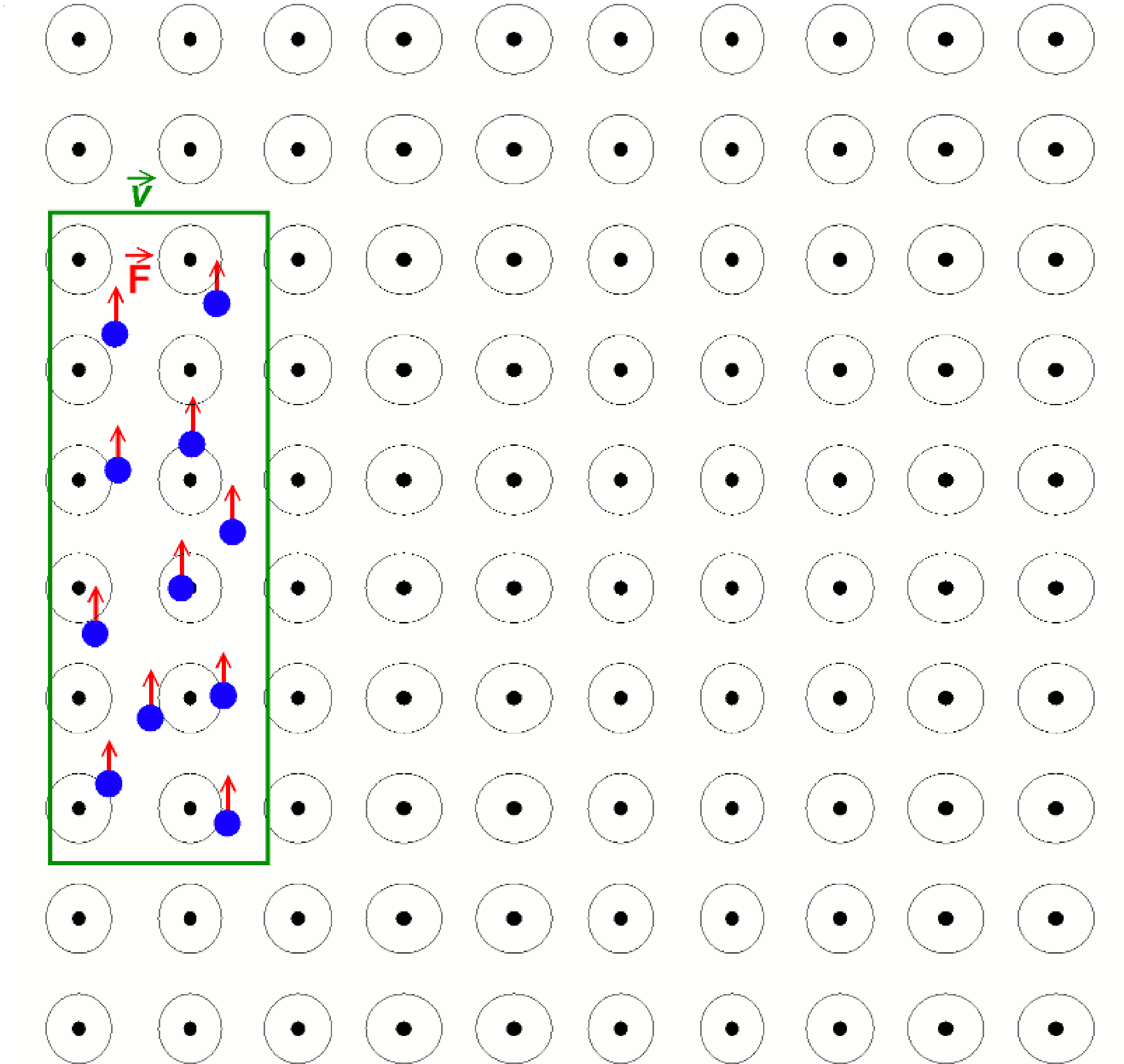




まだ、電子の移動は考えない。

この力は電場による力： $\vec{F} = -e\vec{E}'$ $\vec{E}' = (\vec{v} \times \vec{B})$と同じ。

$$\vec{F} = -e(\vec{v} \times \vec{B}) = -e\vec{E}\,'$$



$\vec{B}$が、速度 $-\vec{v}$ で進む場合

$$\vec{F} = -e\vec{E}' = -e\left[-\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)\right]$$