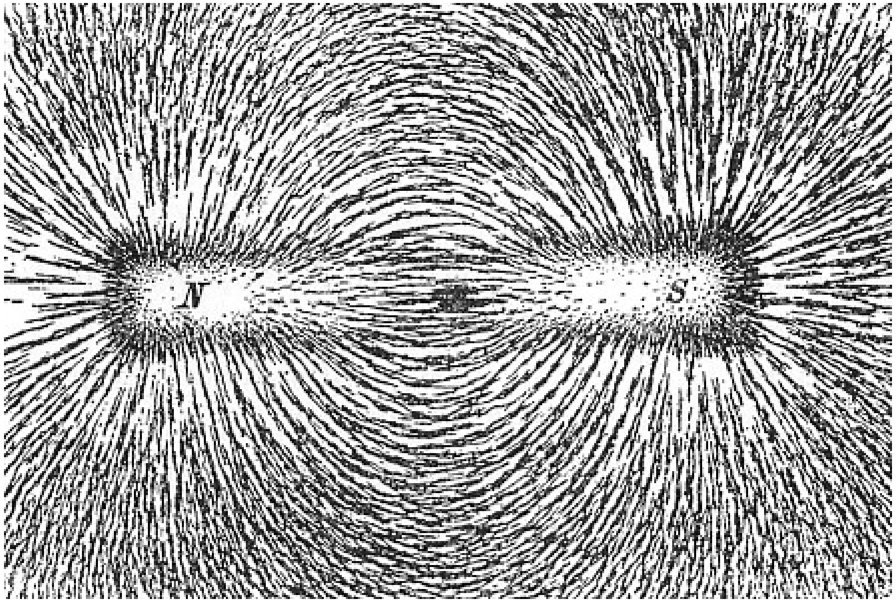
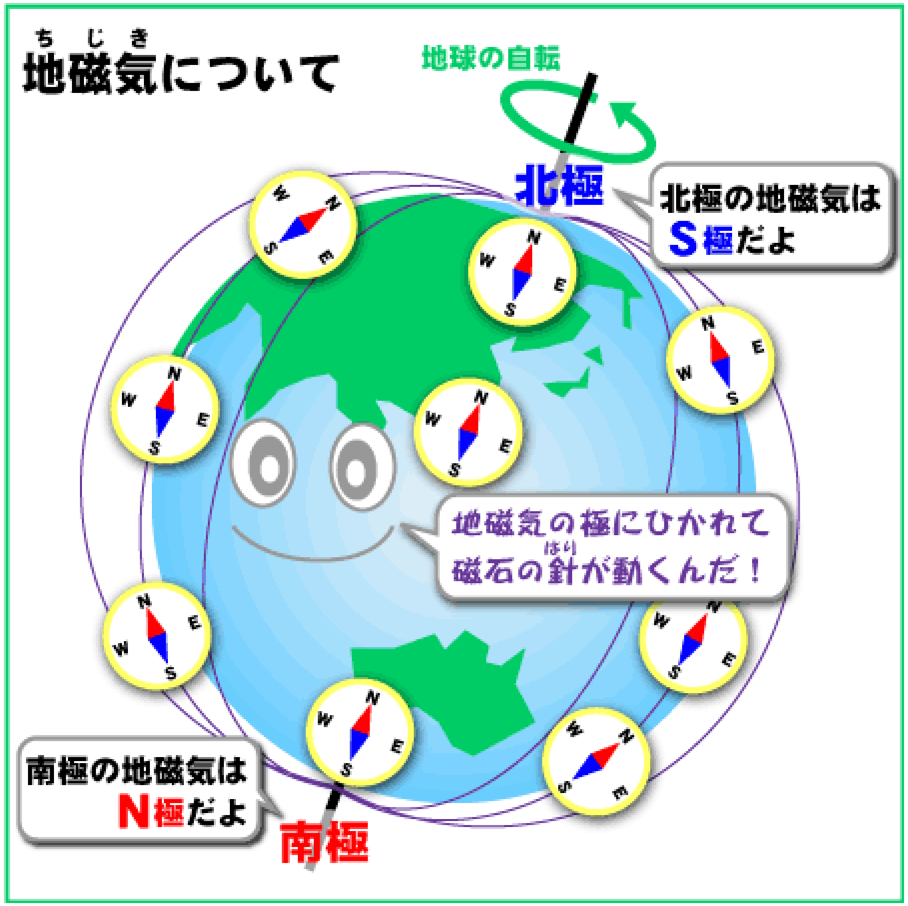
磁性

しかし、電荷 に相当する「磁荷」は見つかっていない。

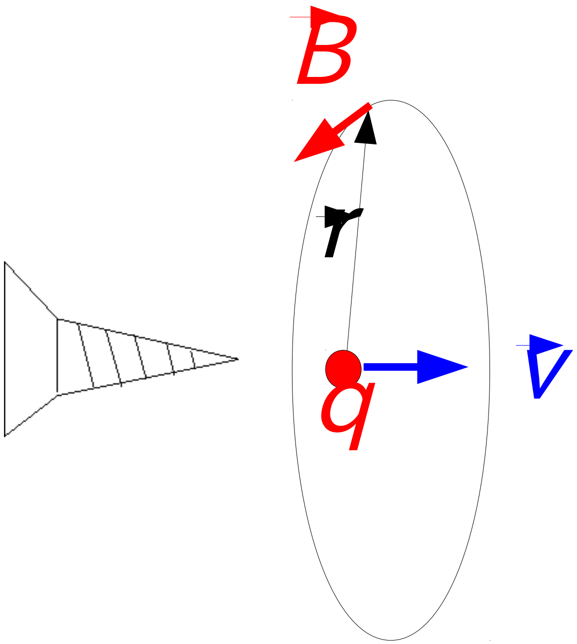




磁荷: 別名磁気単極子

なら、「誰が」磁場をつくっているのか？
磁性の「犯人」も、やっぱり電荷

電荷が動くと、磁力線と言う輪をつくる。



つくる電荷の大きさに比例
強さは距離の二乗に反比例
} 電場と共通

- 方向を表すため、外積を用いる。
- 作られる磁場の強さは電荷の速度にも比例する、

$$\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot q\frac{\vec{v}\times\hat{r}}{r^2}$$

内積と外積　(· と ×)

(注、·は普通の掛け算でも使う。)

内積　$\vec{a}\cdot\vec{b} = a\cdot b\cdot\cos\theta$

二つのベクトルから
普通の数(スカラー)へ

外積　$\vec{a}\times\vec{b} = \vec{c}$

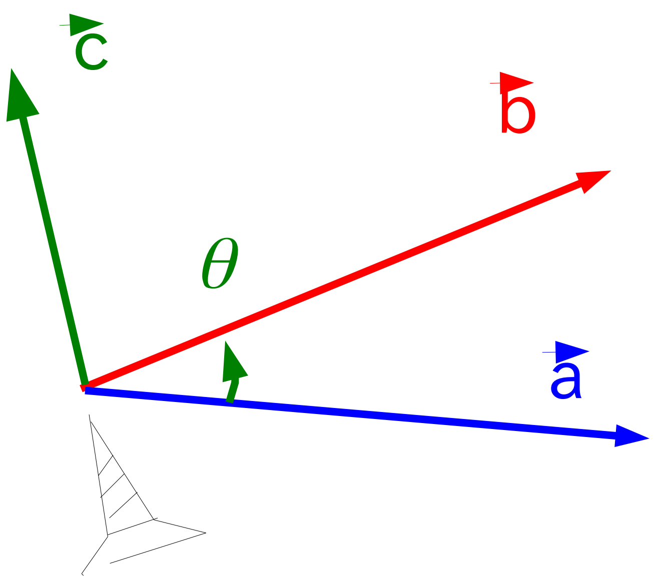
二つのベクトルから
ベクトルへ

大きさ　$a\cdot b\cdot\sin\theta$

方向は右ネジの進行方向

$(\rightarrow\ \vec{b}\times\vec{a} = -\vec{a}\times\vec{b})$

掛ける順番で結果が変わる!

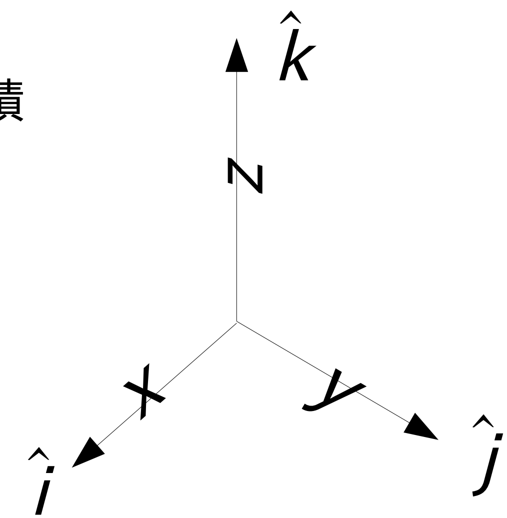


座標軸に平行な
単位ベクトルの外積

$\hat{i}\times\hat{j} = \hat{k}$

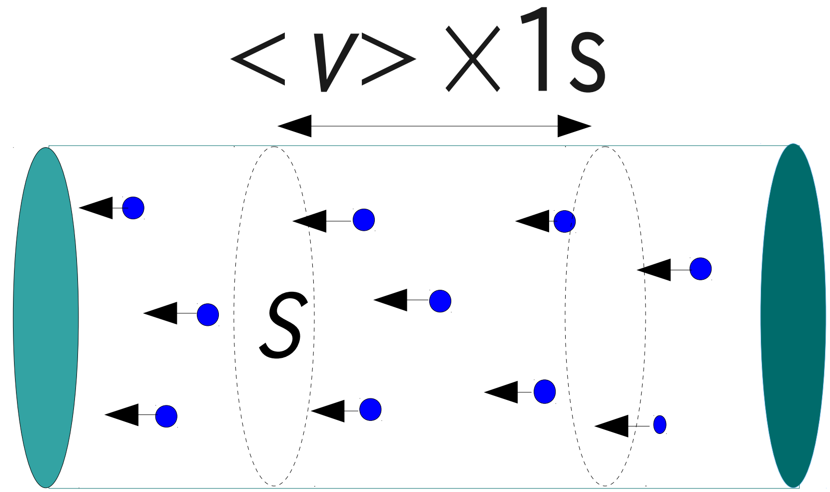
$\hat{j}\times\hat{k} = \hat{i}$

$\hat{k}\times\hat{i} = \hat{j}$



電流

断面積



単位時間(1s)に断面を通過する電荷の量 = 体積 $\left[S<v> \right]$ の中の移動できる電荷

(方向も考えて) $$\boxed{\vec{I} = -e\rho_e S < \vec{v} >}$$

ただし、ρ_e は移動できる電子(自由電子)の密度

粘性抵抗(速度に比例する抵抗)を仮定すると、 $$< \vec{v} > = \alpha \vec{E}$$

ここでα は導体の性質により決まる定数。

(方向を忘れて、)

$$I = e\rho_e S \cdot \alpha \frac{V}{l} = \boxed{\frac{S}{l} \left[e\rho_e \alpha \right]} V$$

電流が電位差に比例する

電流がつくる磁場 (電流と磁場は相性がよい)

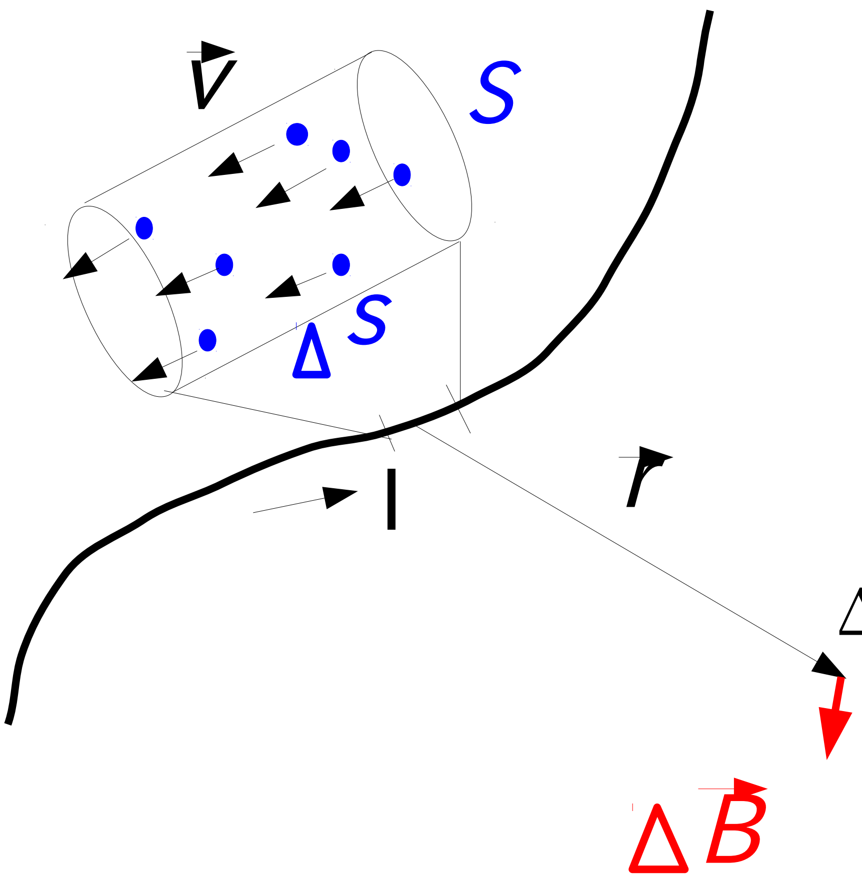
短い区間を流れる電流のつくる磁場は、その中の
電荷(電子)のつくる磁場の合計で与えられる。

$$\vec{I} = -e\rho_e S < \vec{v} >$$

電流の定義

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot(-e)\frac{\vec{v}\times\hat{r}}{r^2}$$

電子一個のつく磁場



この区間の中の自由電子の数は

$$N_e = \rho_e\cdot S\cdot\Delta s$$

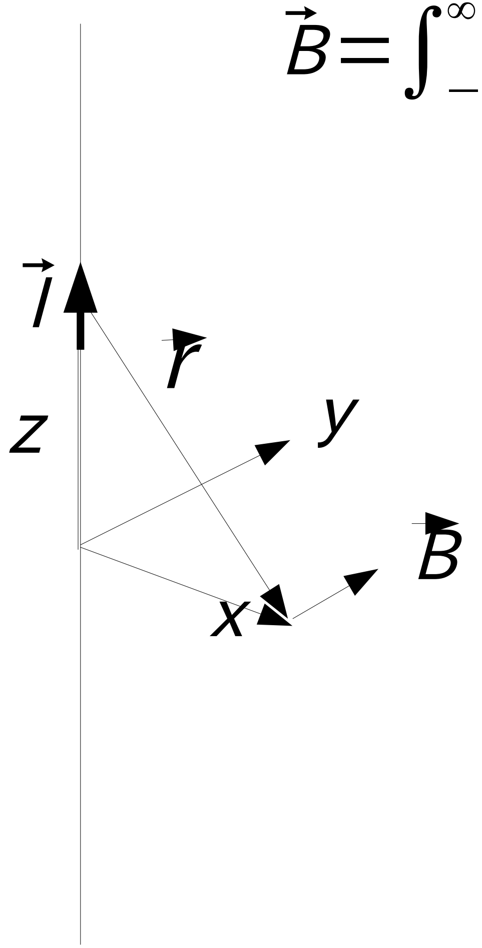
したがって、

$$\Delta\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{[\vec{I}\cdot\Delta s]\times\hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{\vec{I}\times\hat{r}}{r^2}\Delta s$$

ビオ・サバールの法則

変化しない(定常)電流のつくる磁場を、静磁場と呼ぶ事がある。

無限に長い直線電流の作る磁場



$$\vec{B}=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{I}\times\hat{r}}{r^2}dz=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{I}\times\vec{r}}{r^3}dz \qquad \left(\hat{r}=\frac{\vec{r}}{r}\right)$$

$$\vec{I}=I\cdot\hat{k} \qquad \vec{r}=x\hat{i}-z\hat{k}$$

$$\vec{I}\times\vec{r}=I\cdot x(\hat{k}\times\hat{i})-I\cdot z(\hat{k}\times\hat{k})=I\cdot x\cdot\hat{j}$$

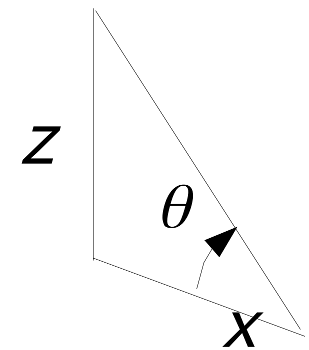
従って、

$\vec{B}=B_x\hat{i}+B_y\hat{j}+B_z\hat{k}$　とおくと、

$$B_x=B_z=0$$

$$B_y=\frac{\mu_0}{4\pi}I\cdot\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x}{\sqrt{x^2+z^2}^3}dz=\frac{\mu_0 I}{4\pi x}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{1+(z/x)^2}^3}d(z/x)$$

$$\frac{z}{x}=\tan\theta$$ とおくと



$$d(\tan\theta)=\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\cos^2\theta}\,d\theta=\frac{1}{\cos^2\theta}\,d\theta$$

$$1+\tan^2\theta=\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\cos^2\theta}=\frac{1}{\cos^2\theta}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{1+(z/x)^2}^{3}}\,d(z/x)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\theta}^{3}}\,d(\tan\theta)$$

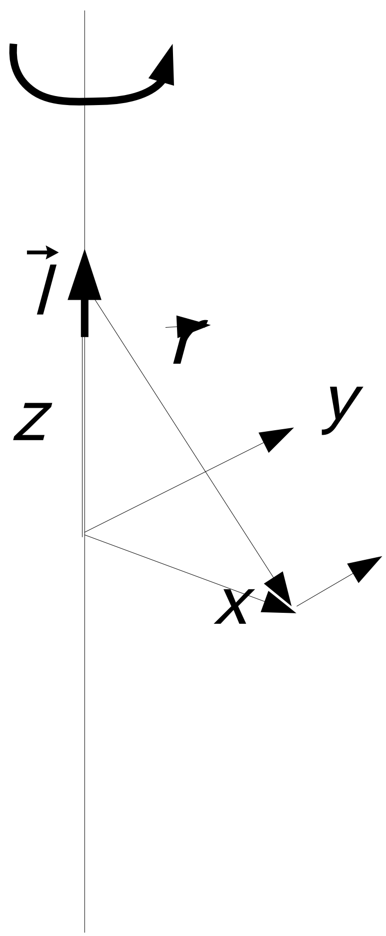
$$=\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\theta\,d\theta=[\sin\theta]_{-\pi/2}^{\pi/2}$$

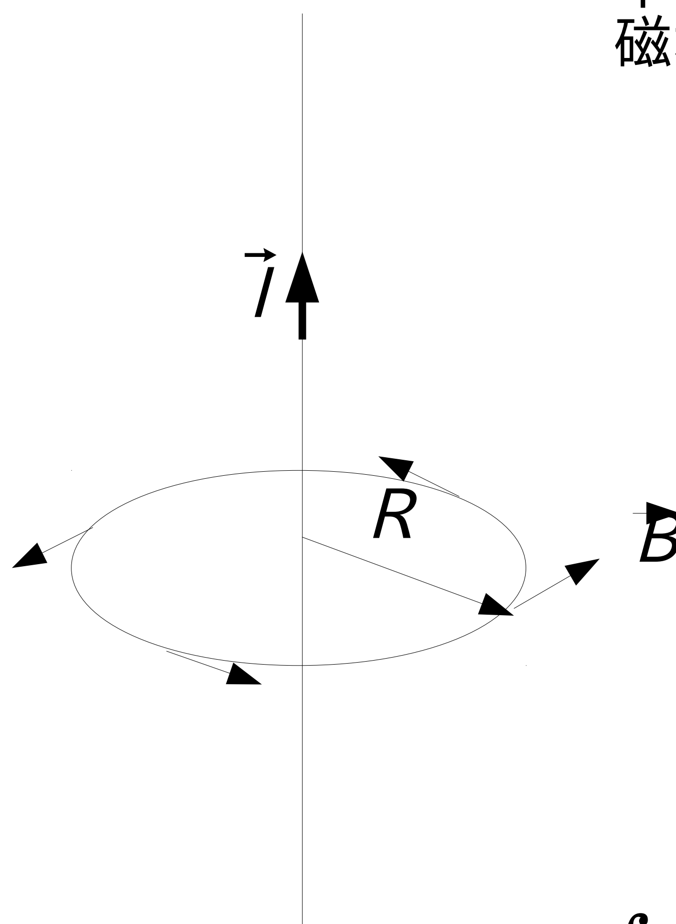
$$=2$$

続き

したがって $$B_y = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

回転対称性





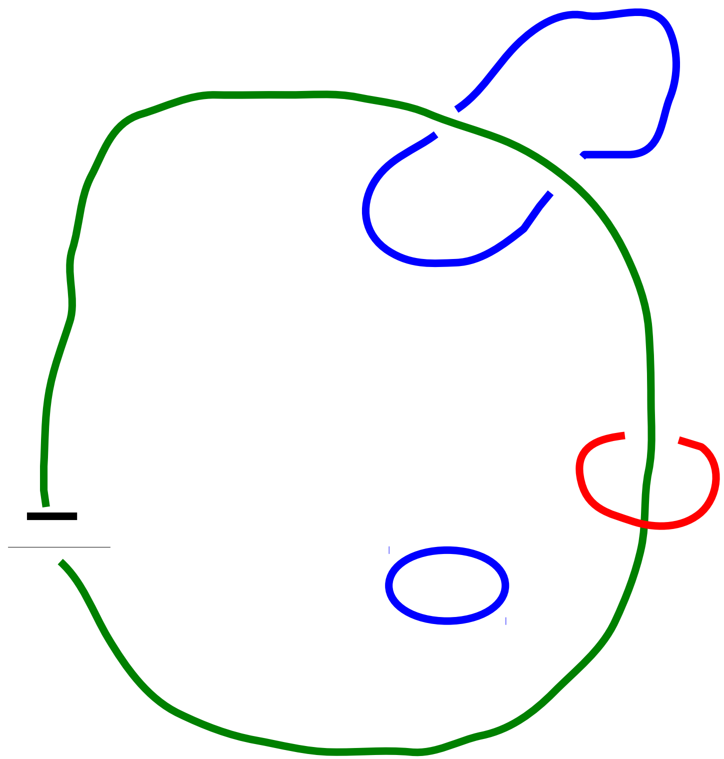
回転対称性を考えると、
半径 R の円周上どこでも
磁場の強さは、

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

円周一周の積分は、

$$\oint \vec{B}\, d\vec{s} = \oint B\, ds = \mu_0 I$$

実は、もっと一般的な法則アンペールの法則が成り立つ



閉じた定常電流に対し、任意の一周積分は、

その中を電流が通っていれば、

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

通っていない場合は

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0$$

注意：磁場に対するガウスの法則は常に

$$\int \vec{B}\cdot \hat{n}\, dS = 0$$

磁力線は、閉曲線であること、
面積分は面を通る磁力線の数を数える操作なので、自明

確認事項

二つのベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ がある。これらのベクトルの内積と、外積について、

1. $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 、 $\vec{a}\times\vec{b}$ それぞれの大きさを示せ。

2. $\vec{a}\cdot\vec{b}$、 $\vec{a}\times\vec{b}$ それぞれの大きさが、最大になるときの条件はなにか。

3, $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 、$\vec{a}\times\vec{b}$ それぞれの大きさが、最小(=0)になる条件はなにか。