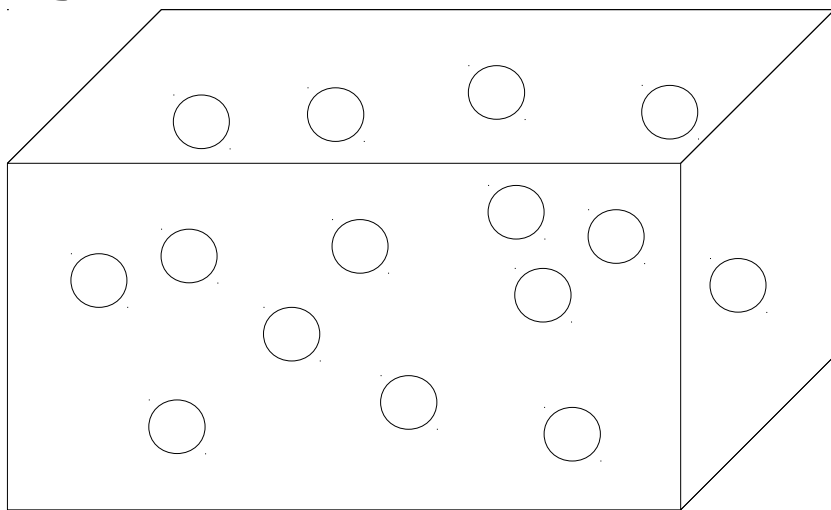
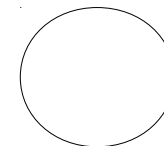


# 不導体=誘電体 (高分子化合物など)

電場が無いとき

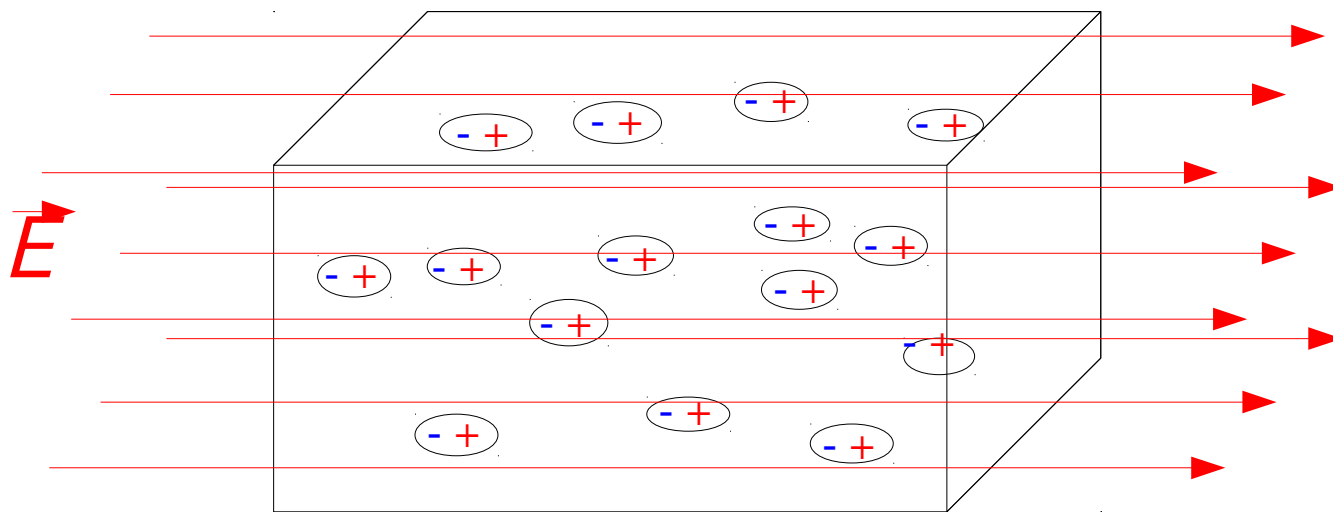


分子全体では常に中性

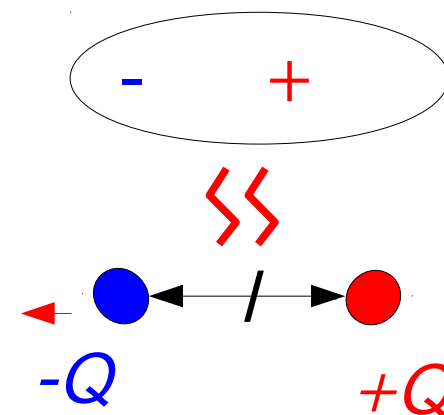


電荷の局在は無い

電場があると



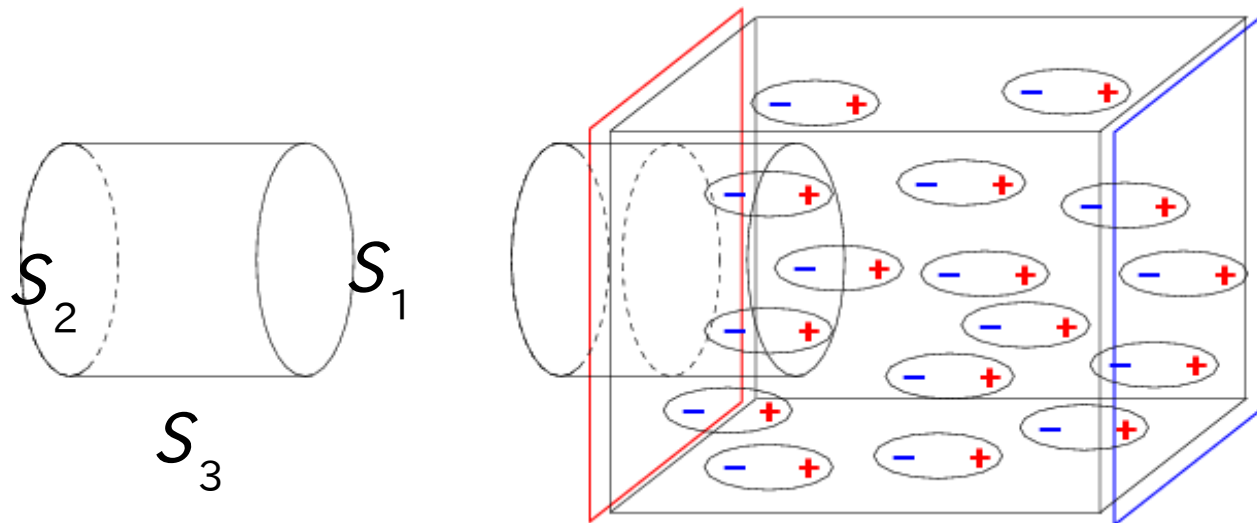
電場により分極



電気双極子

分極による電気双極子は外場と反対方向に電場をつくる。

誘電体を挟んだコンデンサーにおいて、  
ガウスの法則を考える。

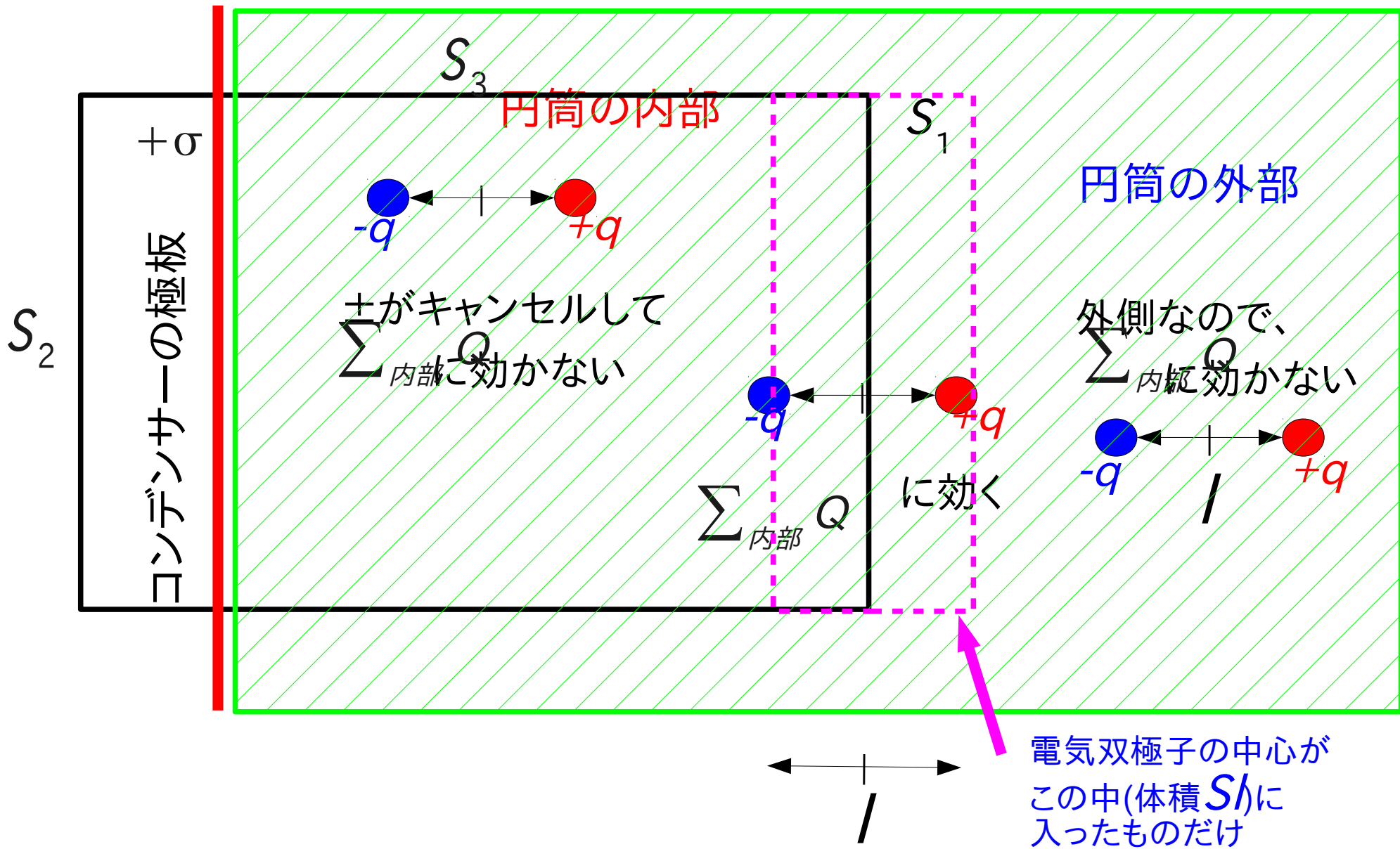


$$\int_{S_1} \hat{n} \cdot \vec{E} dS + \int_{S_2} \hat{n} \cdot \vec{E} dS + \int_{S_3} \hat{n} \cdot \vec{E} dS = \frac{\sum_{\text{内部}} Q}{\epsilon_0}$$

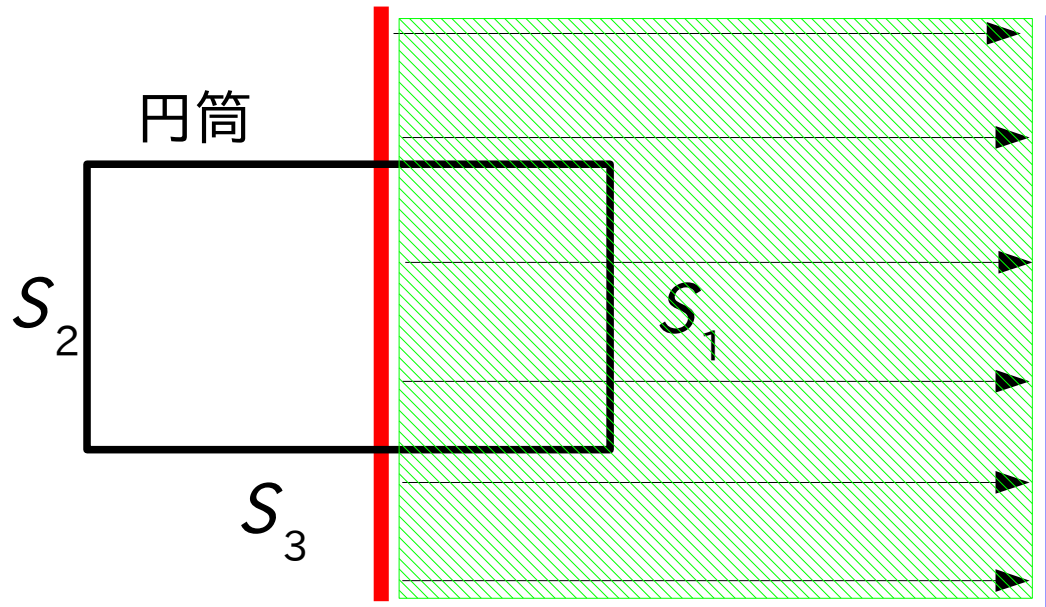
$$\sum_{\text{内部}} Q = \sum_{\text{内部}} Q_{\text{極版上}} + \sum_{\text{内部}} Q_{\text{分極電荷}}$$

(右辺)

$$\sum_{\text{内部}} Q = \sum_{\text{内部}} Q_{\text{極版上}} + \sum_{\text{内部}} Q_{\text{分極電荷}}$$



# 面積分(ガウスの法則の左辺)の評価



$\vec{E}$  も分極の方向も  $\hat{n}_1$  に平行

$$\int_{S_1} \hat{n}_1 \cdot \vec{E} dS = \langle E \rangle \cdot S_1,$$

左辺はこれだけが生き残る

コンデンサーの外側なので、

$$\int_{S_2} \hat{n}_2 \cdot \vec{E} dS = 0,$$

$\vec{E}$  も分極の方向も  $\hat{n}_3$  に垂直

$$\int_{S_3} \hat{n}_3 \cdot \vec{E} dS = 0$$

(右辺の続き)

$$\sum_{\text{内部}} Q_{\text{極版上}} = \sigma \cdot S_1$$

$$\sum_{\text{内部}} Q_{\text{分極電荷}} = - [\text{体積 } S_1 \cdot l \text{ の中の分極の数}] \cdot q = -\rho_d \cdot S_1 \cdot l \cdot q$$

$\rho_d$ : 分極による電気双極子の密度

結局、ガウスの法則は

$$\langle E \rangle \cdot S_1 = \frac{\sum_{\text{内部}} Q_{\text{極板}} + \sum_{\text{内部}} Q_{\text{分極}}}{\epsilon_0}$$

$$\langle E \rangle \cdot S_1 = \frac{(\sigma \cdot S_1 - \rho_d \cdot S_1 \cdot l \cdot q)}{\epsilon_0}$$

$$\langle E \rangle = \frac{(\sigma - \rho_d \cdot l \cdot q)}{\epsilon_0}$$

← 電気双極子モーメント

## 得られた結果の解釈

$$P \equiv \rho_d \cdot l \cdot q$$

電気双極子モーメント

を分極(ここでは、現象ではなく物理量)と呼ぶ。  
すなわち分極現象による、電気双極子モーメント  
の密度の事

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

は、誘電体の無いときの(つまり真空での)  
電場の強さであることに注意する。

通常、平均された電場  $\langle E \rangle$  を、ただ  $E$  と書くので、

$$E = E_0 - \frac{P}{\epsilon_0}$$

ベクトルの関係として

$$\vec{E} = \vec{E}_0 - \frac{\vec{P}}{\epsilon_0}$$

すなわち、電場の中に誘電体が置かれたとき、  
分極(現象)により、誘電体内部では  
分極(物理量)だけ、電場が弱められる。

さらに、

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E} \quad (\chi_e \text{を分極率と呼び、実験で求める})$$

を、仮定すると、物質がなかったとき(真空)の電場は、

$$\vec{E}_0 = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{\epsilon_0} = (1 + \chi_e) \vec{E}$$

と計算できる。物質がなかったとき(真空)の電場を残しておくとう便利なので、少し形を変えて、

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0 = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E} = \epsilon \vec{E}$$

( $\epsilon$  を(物質の)誘電率と呼ぶ)

と、新しい場: $D$ (**電束密度**)を定義しておく。すると、

$$E_0 \cdot S_1 = \frac{\sum_{\text{内部}} Q_{\text{極板}}}{\epsilon_0} \quad \text{だから、} \quad D \cdot S_1 = \sum_{\text{内部}} Q_{\text{極板}}$$

$D$ は極板上の電荷だけと関係する。

結局、誘電体があることにより、何が変わるか。

1, 公式は真空中のものと同じで、真空の誘電率が、物質の誘電率で、置き換わる。(物質の誘電率は、実験で求める)

$$\epsilon_0 \rightarrow \epsilon$$

2, ガウスの法則は、電場( $E$ )よりも、電束密度( $D$ )に対して簡単に書ける。(分極電荷を無視して良いため)

$$\int_{[\text{閉曲面}]} \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{\sum_{[\text{内部}]} Q_{\text{極板上}} + \sum_{[\text{内部}]} Q_{\text{分極}}}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow \int_{[\text{閉曲面}]} \vec{D} \cdot \hat{n} dS = \sum_{[\text{内部}]} Q_{\text{極板上}}$$

3, 力、電位差を計算する時は、物質中の(平均)電場  $E$  を用いる。  
電束密度( $D$ )は**仮想的**な場である。



## 今日の問題

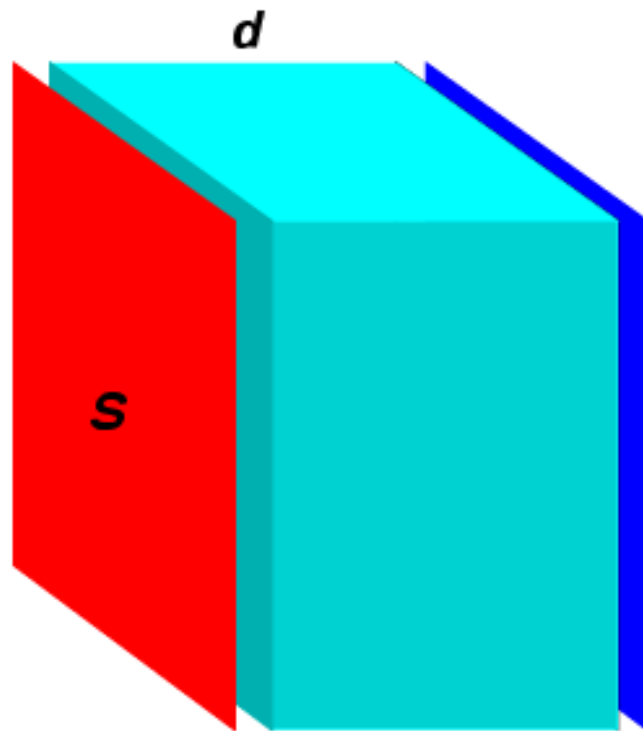
真空中のコンデンサーの極板間の電場の強さは、 $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$

極板間の電位差は  $V = \frac{d}{\epsilon_0 S} Q$

コンデンサーの容量は  $C \equiv \frac{\epsilon_0 S}{d}$

である。

極板間が誘電率  $\epsilon$  の物質で満たされた時に、これらはどう書き換えられるか示せ。



物質のある時、力や電位差には、物質中の電場を用いる。  
コンデンサーの極板の電位差は、

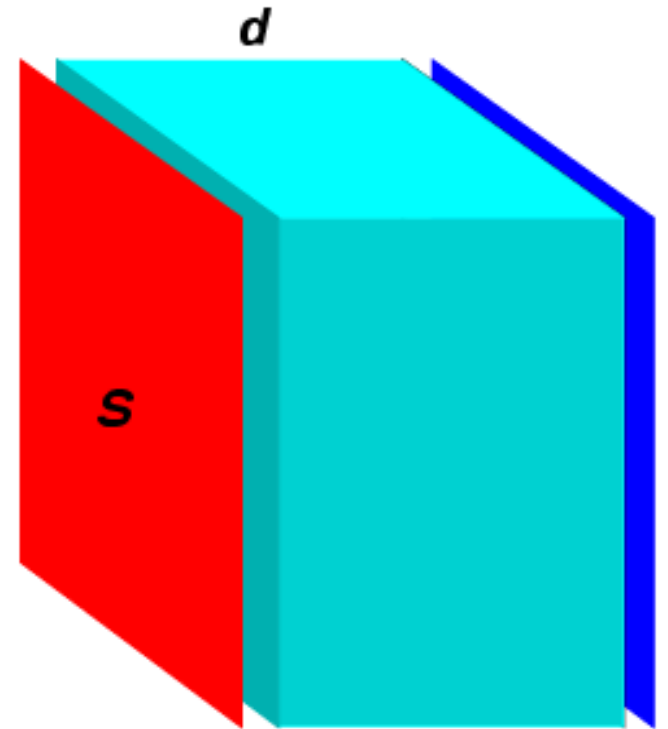
また  $V = E \cdot d = \frac{1}{1 + \chi_e} E_0 d = \frac{1}{1 + \chi_e} \frac{Q}{\epsilon_0 S} d$

より、  $\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi_e)$

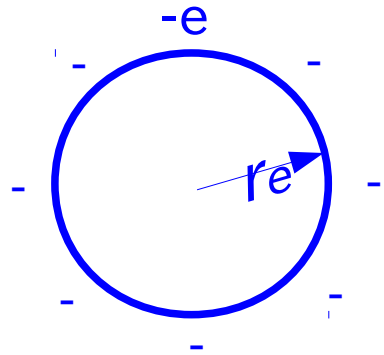
したがって、コンデンサーの容量は

$$V = \frac{Q}{\epsilon S} d$$
$$C = (1 + \chi_e) \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{\epsilon S}{d}$$

と  $\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 1 + \chi_e$  倍される。(  $\epsilon_0$  が  $\epsilon$  に置き換わる )



## 電子の古典半径 (2)



$$r_e = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 mc^2} \text{ に、具体的な数値}$$

$$e = -1.60217653 \times 10^{-19} [A \cdot sec]$$

$$m = 9.1093826 \times 10^{-31} [kg]$$

$$\epsilon_0 = 8.85418782 \times 10^{-12} [m^{-3} kg^{-1} sec^4 A^2]$$

$$c = 2.99792458 \times 10^8 [m \cdot sec^{-1}]$$

を代入すると、

$$r_e = \frac{(1.6022 \times 10^{-19})^2}{8 \times 3.1416 \times 8.8542 \times 10^{-12} \times 9.1094 \times 10^{-31} \times (2.9979 \times 10^8)^2} \left[ \frac{[A \cdot sec]^2}{[m^{-3} kg^{-1} sec^4 A^2] [kg] [m \cdot sec^{-1}]^2} \right]$$

$$r_e = 1.4090 \times 10^{-15} [m]$$