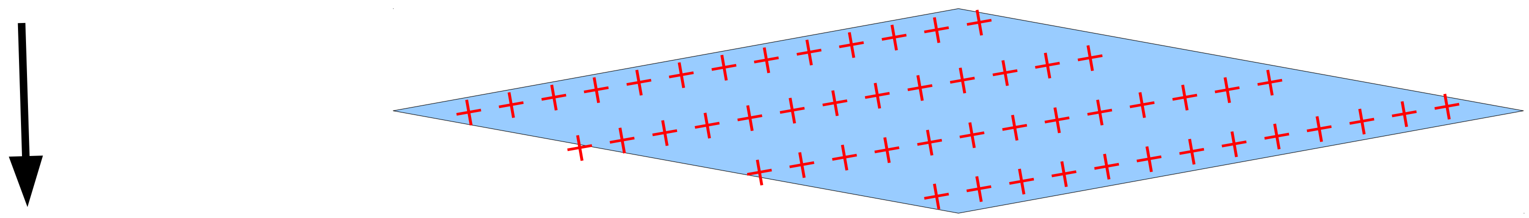
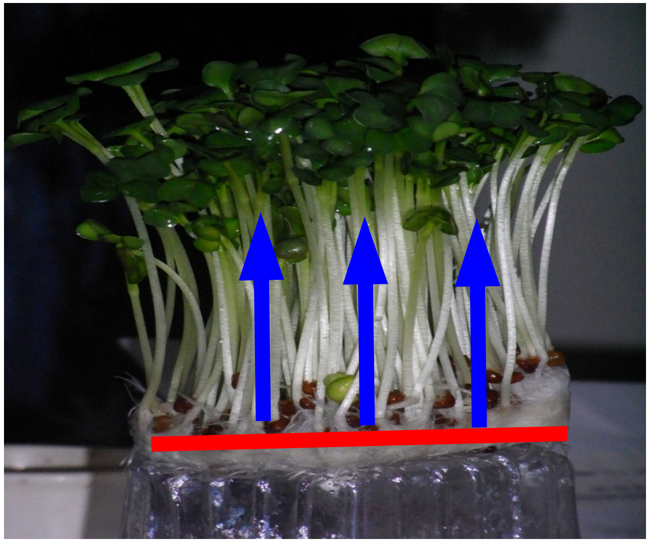
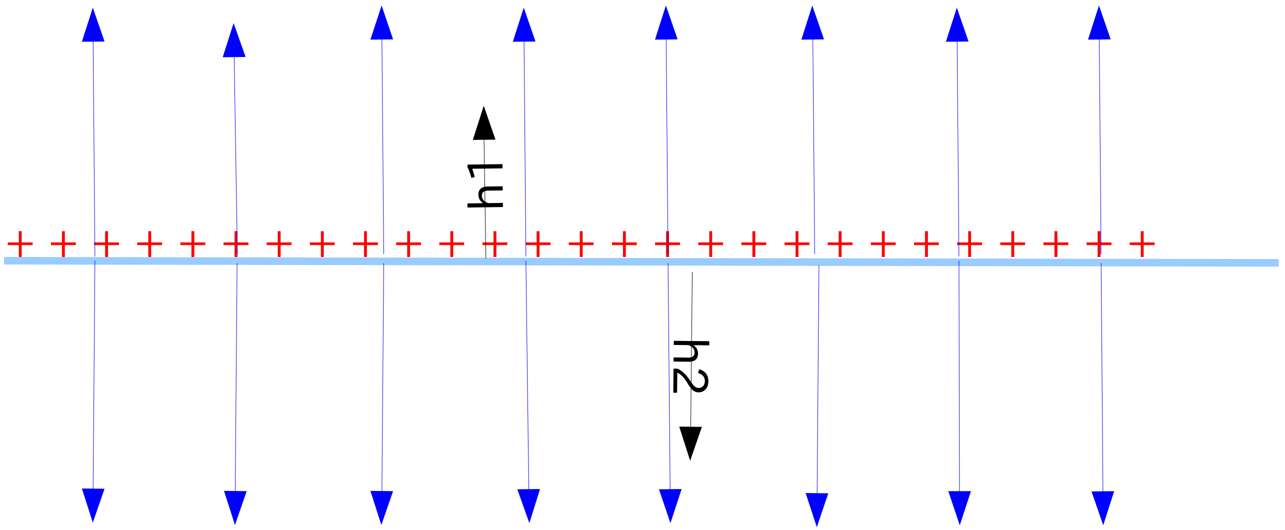
もう少し、ガウスの法則

無限に広い平面に一様に電荷が分布した場合

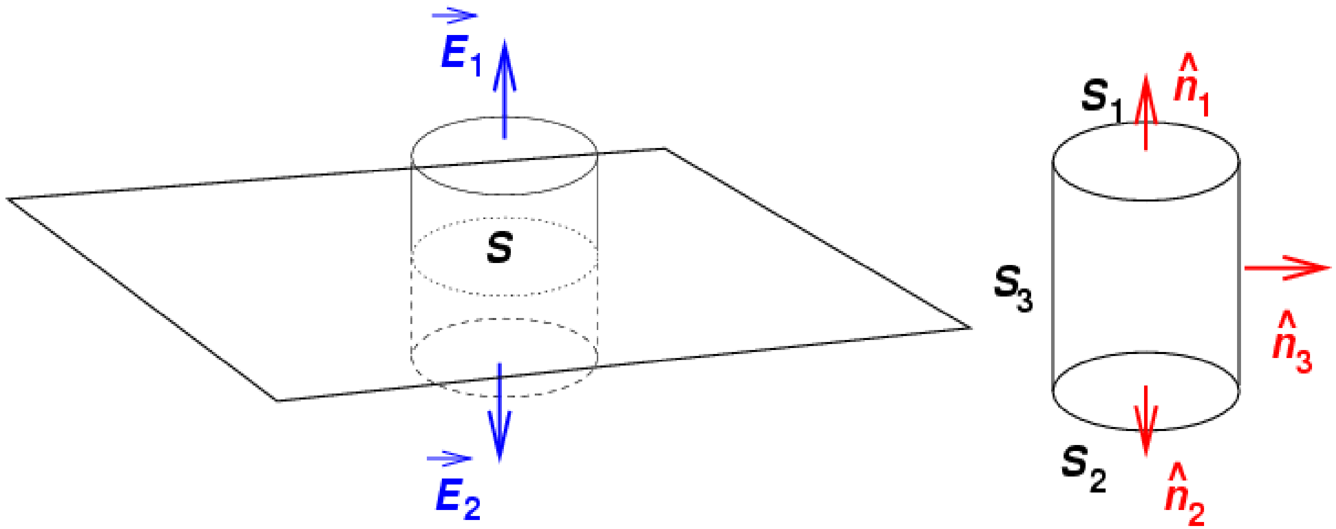


電場の向きは平面に垂直、かつ
平面に平行な移動で強さが変わらない。





ガウスの法則を応用する閉曲面の選び方

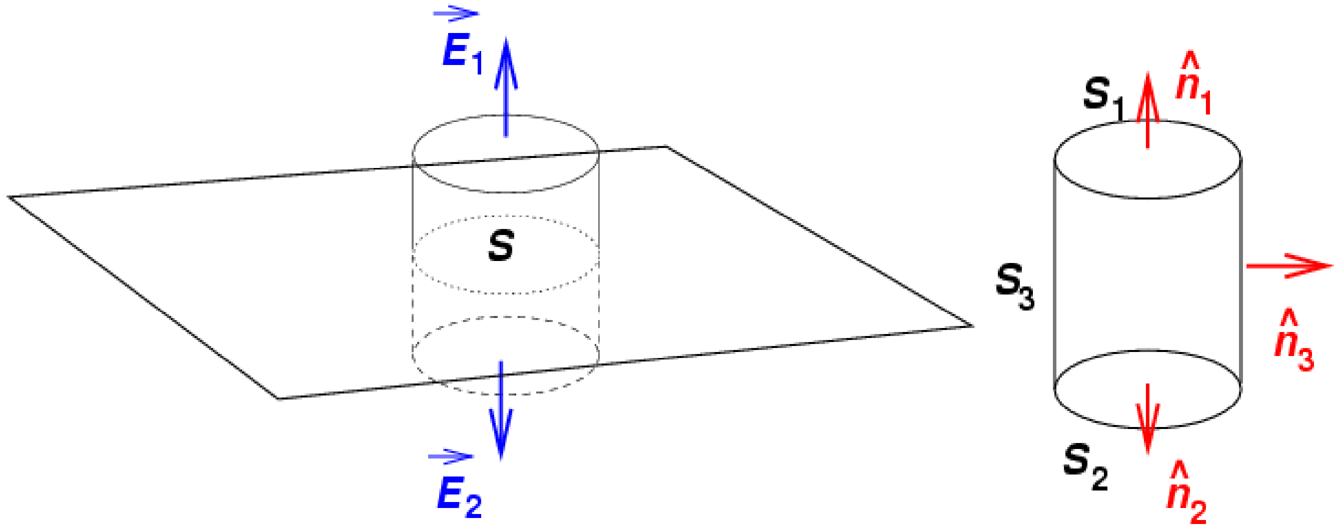


S_1, S_2 : 電場に垂直な面　=> 電場 // $\hat{n}$
この上の面積分は　E・S

S_3 : 電場に平行な面 => 電場 $\perp$ $\hat{n}$
この上の面積分は　0

この2種類だけで、閉曲面を構成する。

適当な閉曲面に、ガウスの法則を応用する



$$\varepsilon_0 \int_S \left(\vec{E}\cdot\hat{n}\right) dS = \sum_{内側にある電荷} Q$$

から、

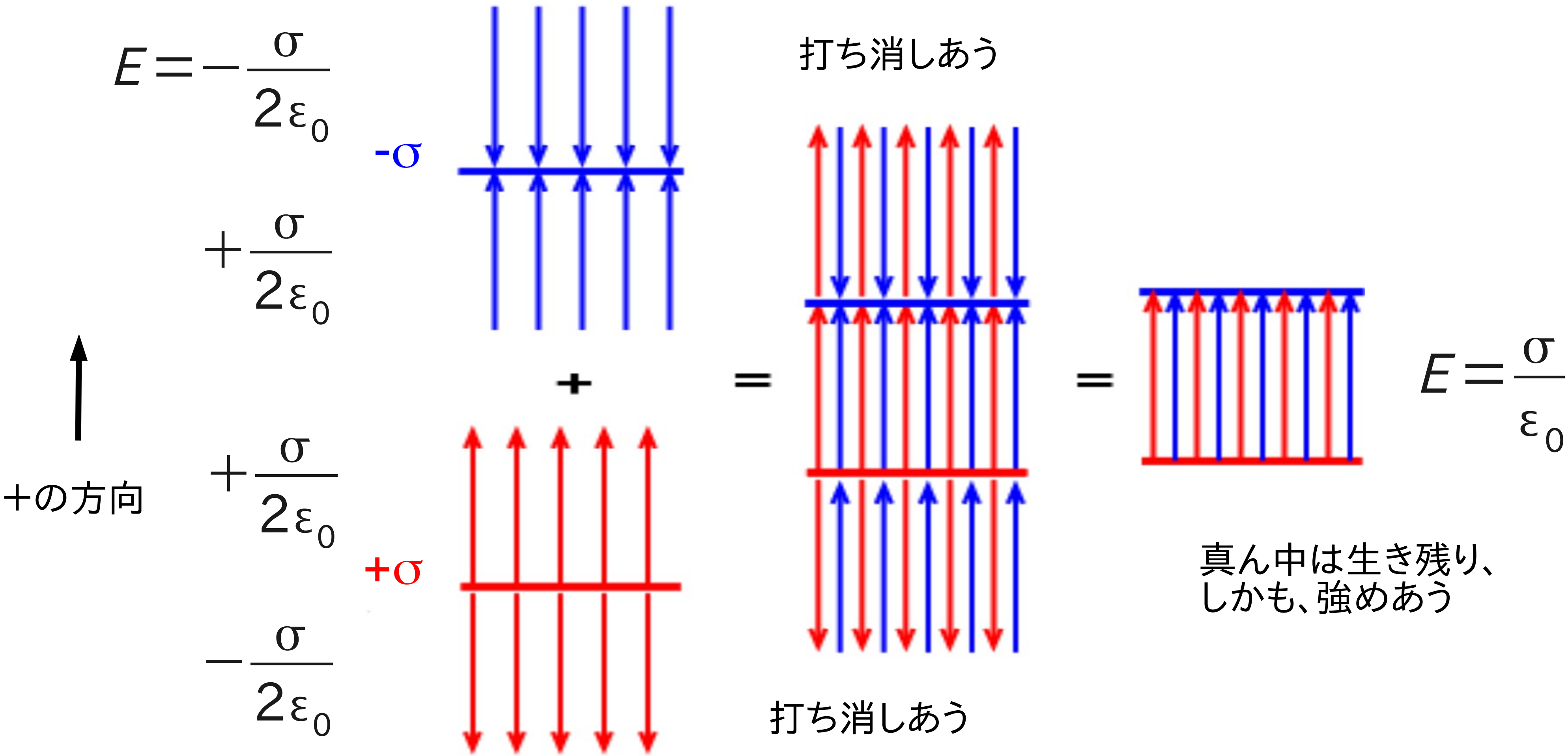
$$\varepsilon_0 \left(\underbrace{\int_{S1} \vec{E}_1\cdot\hat{n}_1\, dS}_{E\cdot S_1} + \underbrace{\int_{S1} \vec{E}_2\cdot\hat{n}_2\, dS}_{E\cdot S_2} + \underbrace{\int_{S1} \vec{E}_3\cdot\hat{n}_3\, dS}_{0} \right) = \sum_{円筒の内側になる面上} Q$$

$$2\varepsilon_0 E\cdot S = \sum_{円筒の内側になる面上の} Q$$

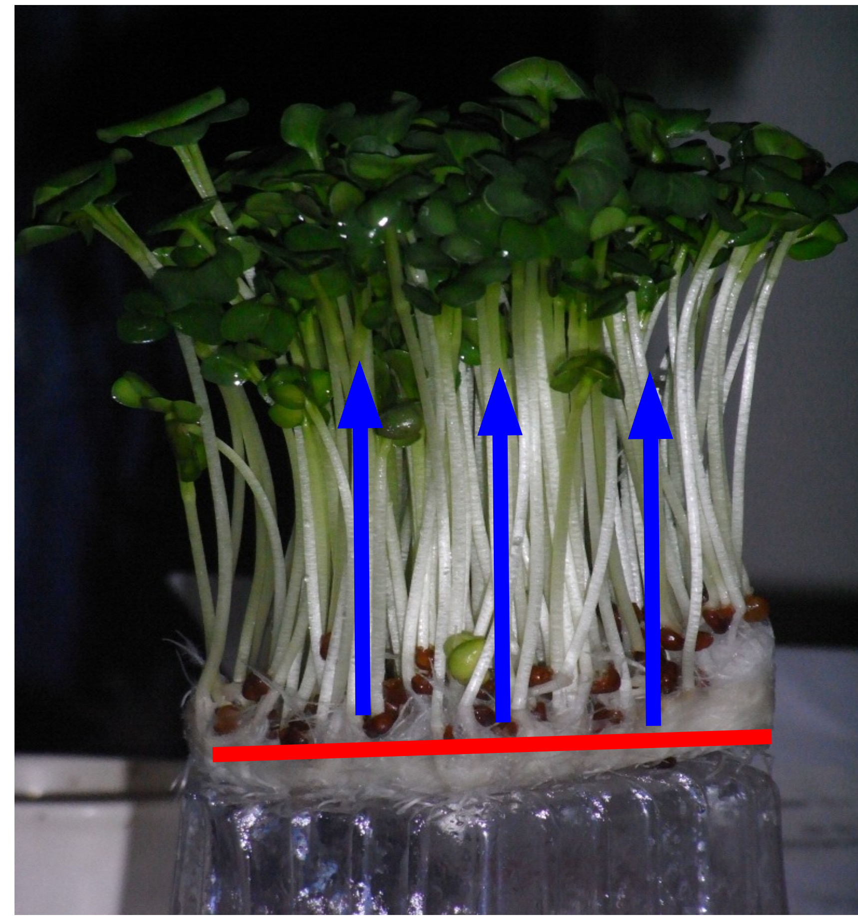
$$\sigma = \frac{\sum_{面積S上の} Q}{S}$$ (電荷の面密度) とおいて $$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

コンデンサー

平行な二つの平面に、反対の符号を持つ電荷が、それぞれ等しい電荷密度で、一様に分布するとき、二つの面の間に一様な電場をつくる。



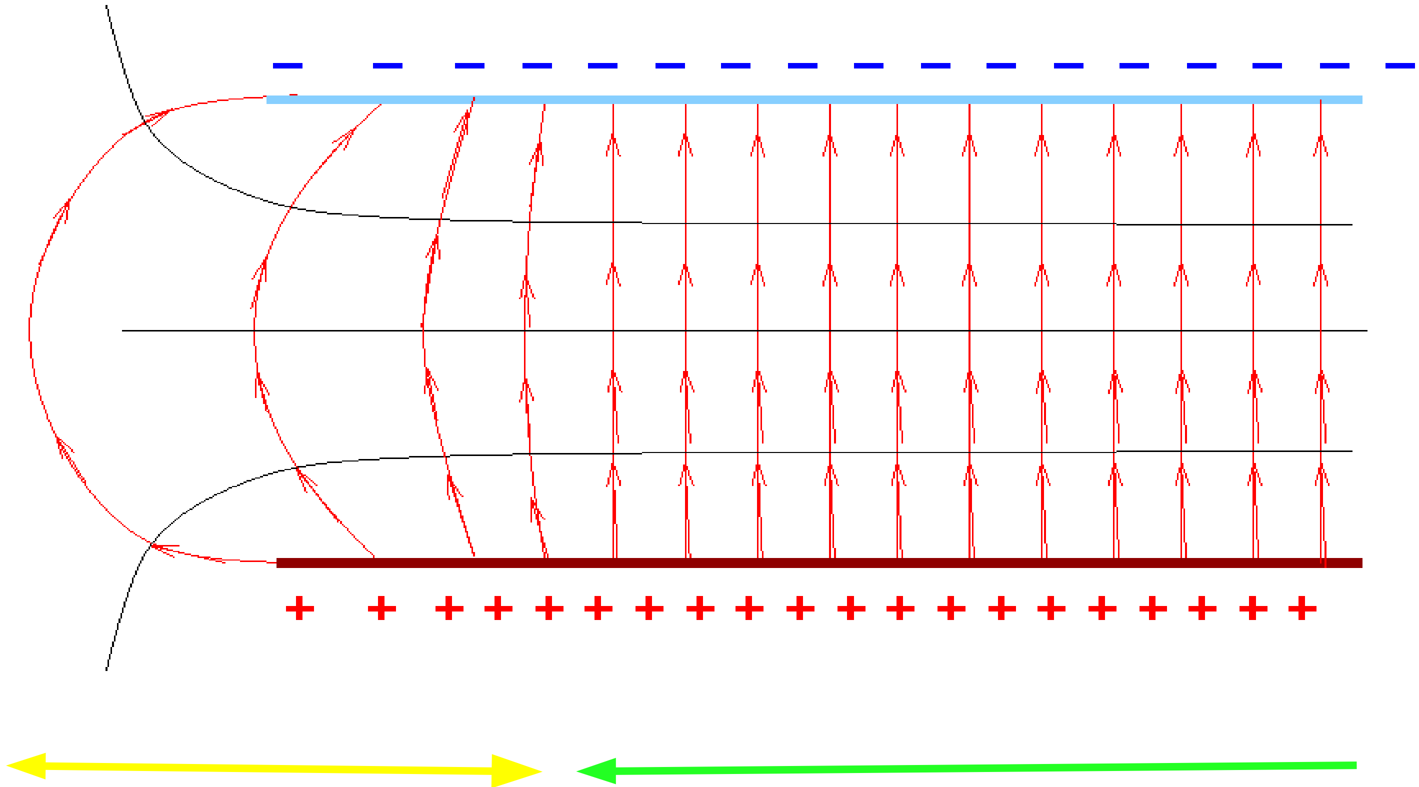
電気力線の伸び方、
球(点)対称の場合と、　　　　(無限に広い)平面の場合



しかし、実際の電場でも、
平面に一応に分布する場合と
球対称の場合を近似的考られる場合が多い。

コンデンサー　＝　一様な電場を作る道具

実際のコンデンサー（の縁）



電荷分布
電場が不均一

ほとんど均一な電荷分布と電場
で、局番が無限に広い場合
と、同様。

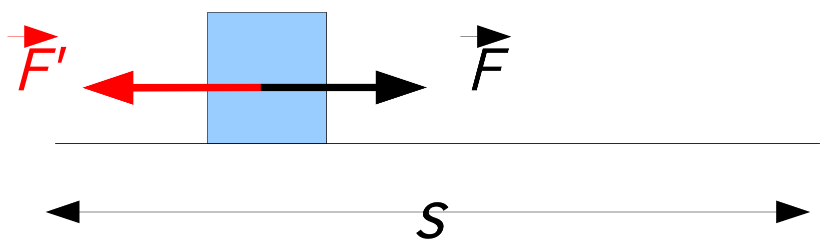
縁近くの面積が、全体に比べ小さい時、真ん中付近で
は、無限に広い極板が良い近似になる。

電場による仕事

力と仕事の復習

仕事の定義: $U=F\cdot s$

[仕事]=[移動をなすための力]･[移動した距離]
=ー[移動を妨げる力] ･[移動した距離]



力の方向と移動する方向が一直線上に無い時は、ベクトルで

$$U=\vec{F}\cdot\vec{S}$$

$$U=-\vec{F}\cdot\vec{S}$$ （ $\vec{F}$ が移動を妨げる力の場合）

コンデンサーの極板間の電位差

２つの平面が距離 d 離れて平行に置かれ、コンデンサーの電極を成している。

それぞれ電荷密度+s,-s が与えられている時、その平面の間の空間には、
２つの平面に垂直で、＋の電極から－の電極へ向かい

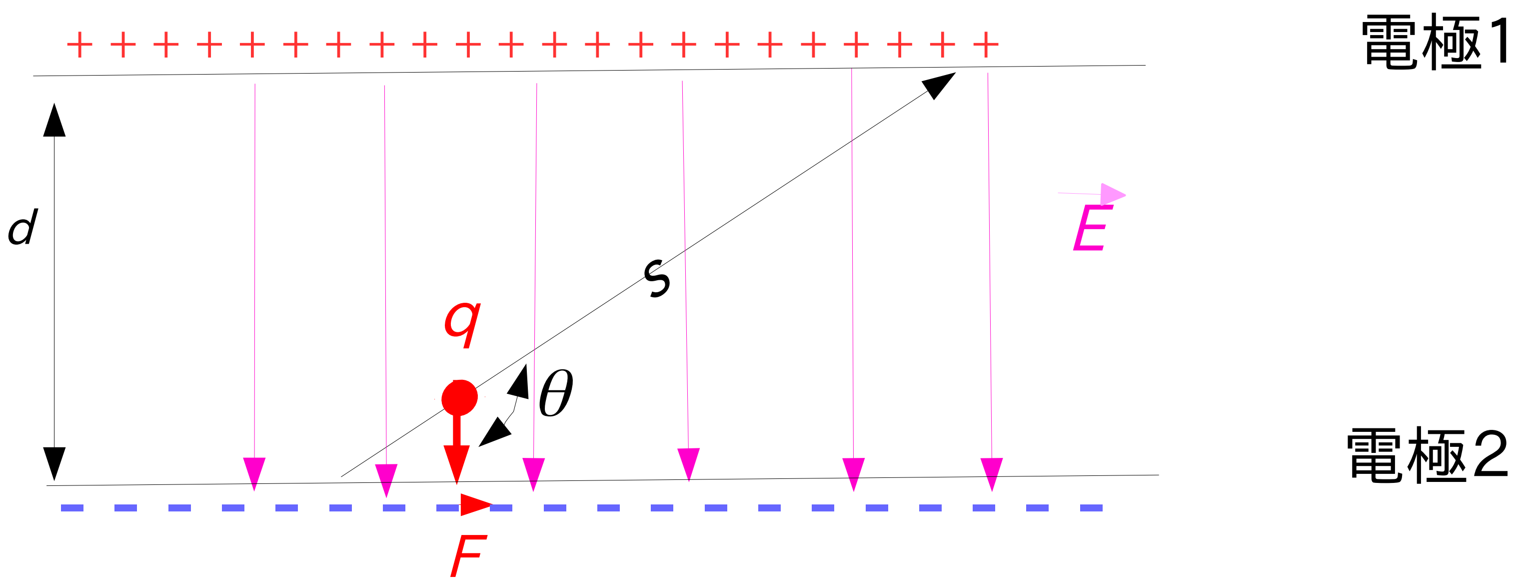
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

の大きさの電場ができる。その中で、+qの電荷を－の極板から、＋の
極板まで移動させるのに必要な仕事は、

$$U = -\vec{F}\cdot\vec{s} = -q\left(\vec{E}\cdot\vec{s}\right) = q\cdot E\cdot d$$

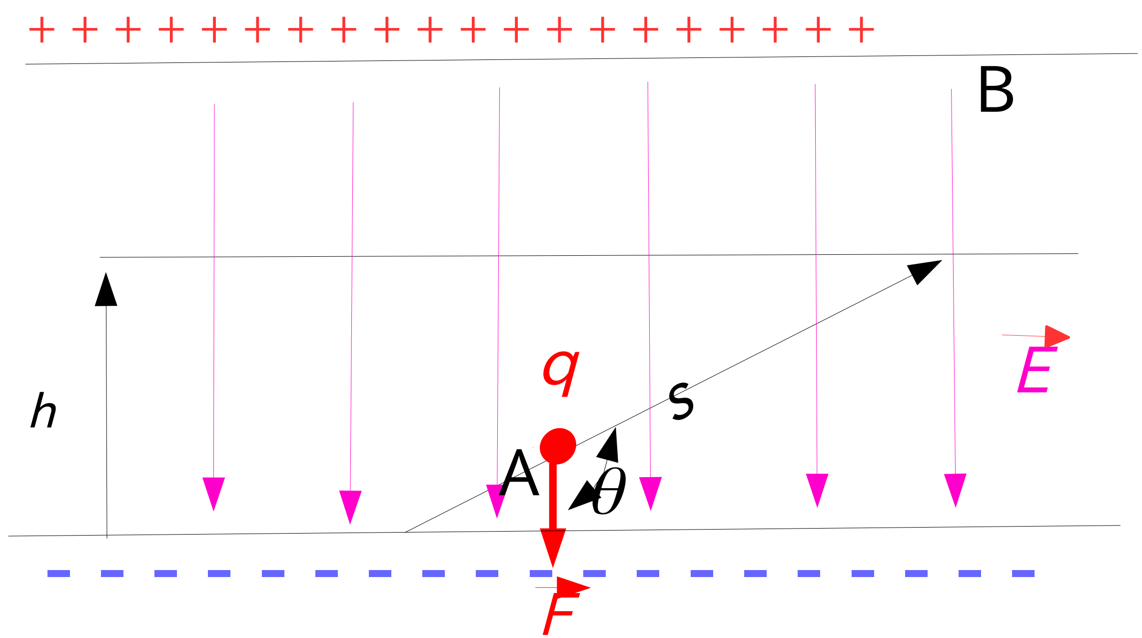
つまり、仕事は、動かす電荷の大きさと、$E\cdot d\left(=V\right)$ の積で決まる。

$$V \equiv E\cdot d$$ を、二つの電極の電位差と呼ぶ。



等電位面

ある点からの電位差が一定である平面。コンデンサーの極板も等電位面である。



平行板コンデンサーの場合極板に平行な平面も等電位面

一の極板から、平行な平面へ電荷を移動させる時も、
必要な仕事は、この平面までの距離hを使って、

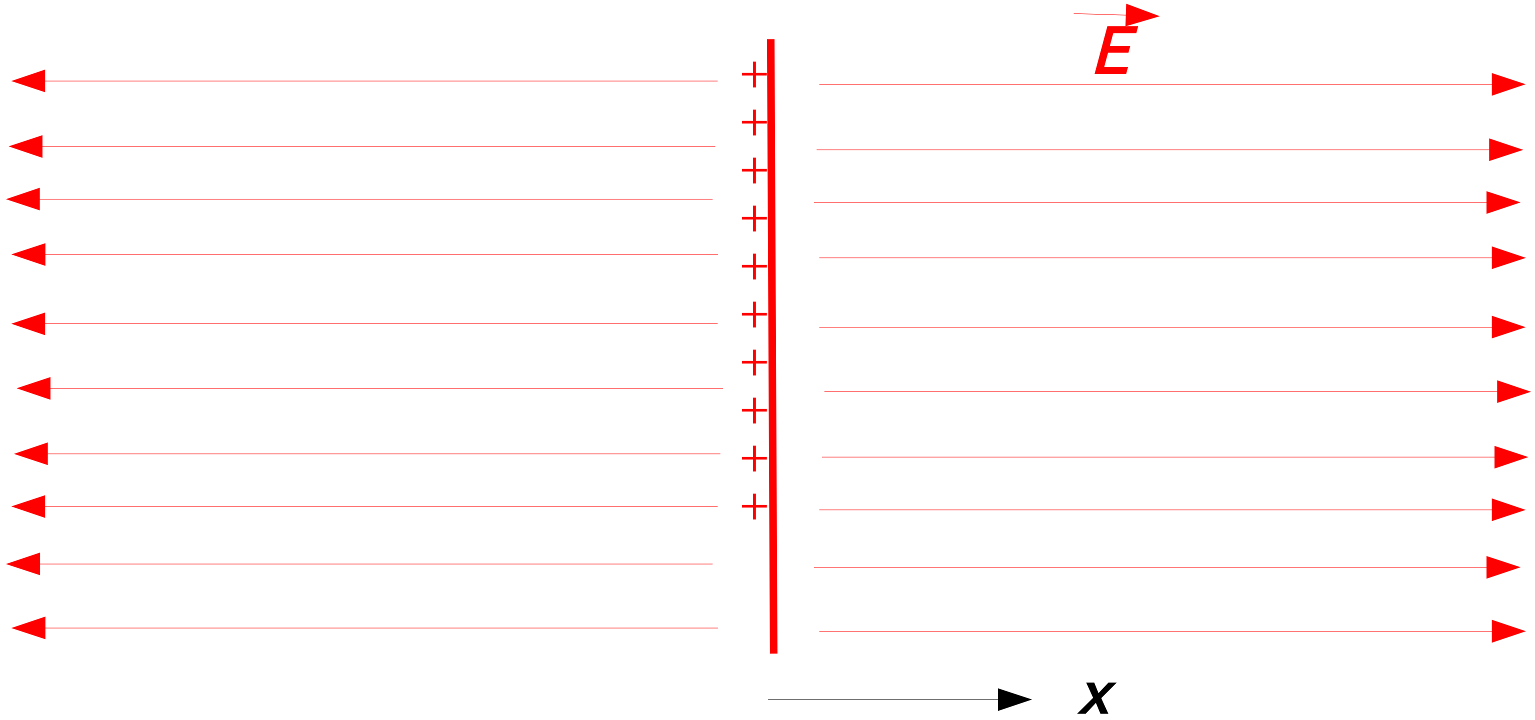
$$U = -\vec{F}\cdot\vec{s} = -q\left(\vec{E}\cdot\vec{s}\right) = q\cdot E\cdot h$$

と書け、この平面の一極板からの電位差は
である。

$$V = E\cdot h$$

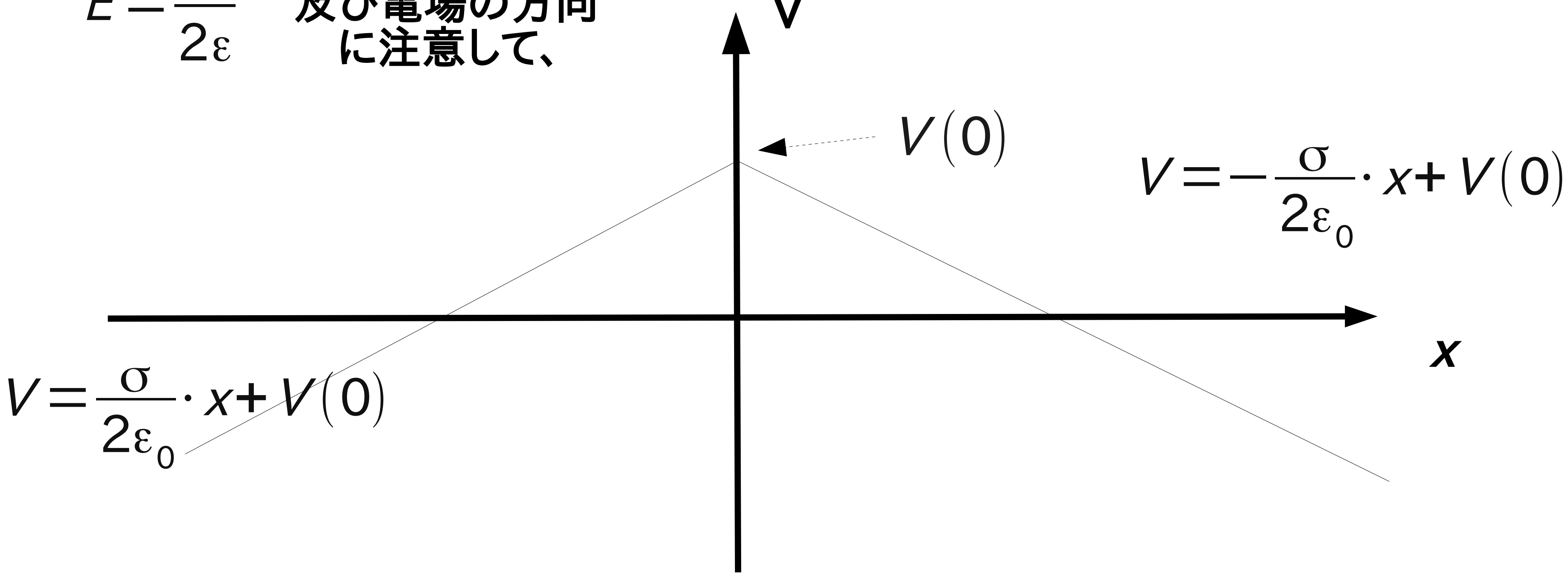
qV: [電荷]x[電位差]は、電場の[位置エネルギー]

無限に広い平面に一様に電荷が分布する場合（電荷密度を σ とする）

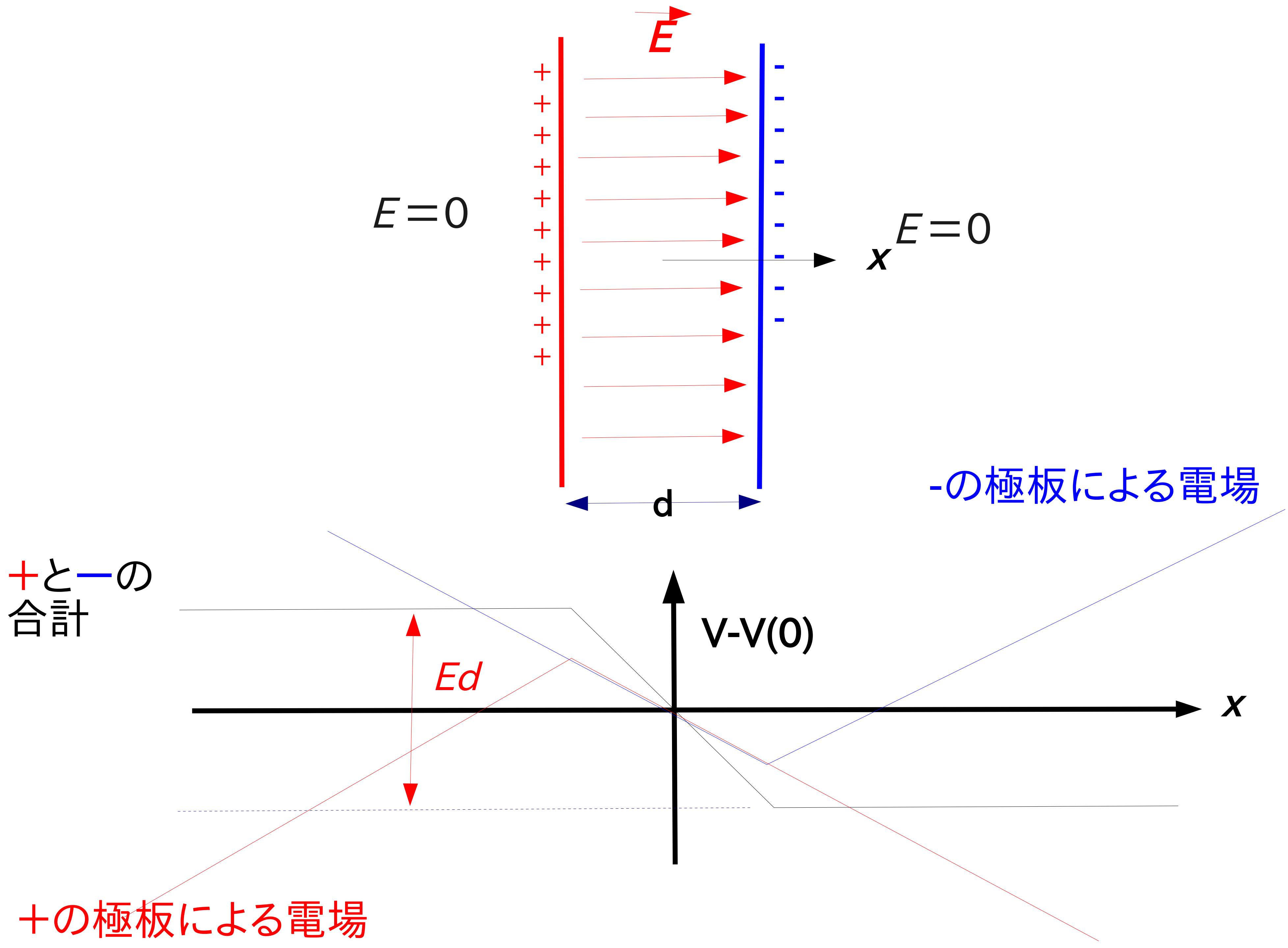


$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon}$$

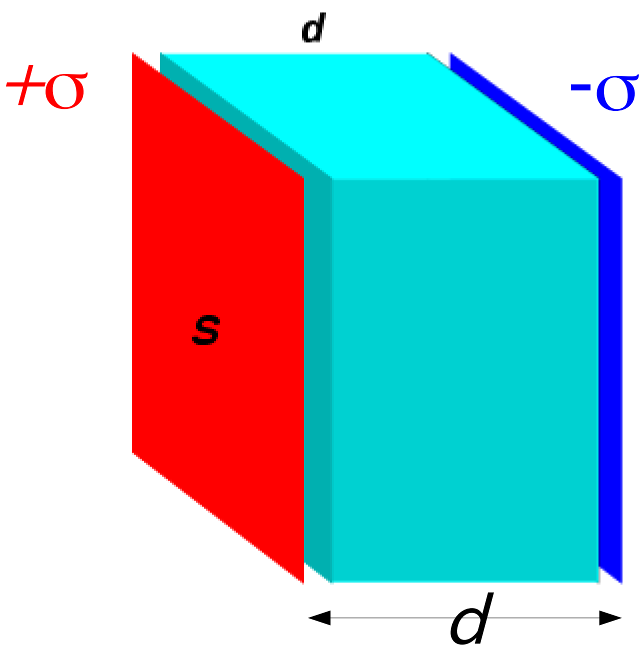
及び電場の方向に注意して、



2枚の無限に広い平面に反対符号の電荷が一様に分布する場合
(それぞれの電荷密度を±σとする)



実際のコンデンサー



平行な二つの平面を極板と呼ぶ。面積 S、極板上の電荷 Qそれぞれが有限なので、極板の平均電荷密度 σは、

$$\sigma = \frac{Q}{S}$$

と計算できる。したがって、
極板が無限に広い場合の関係式、

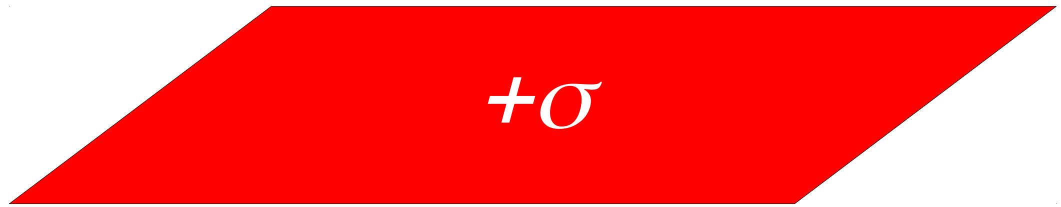
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

は、

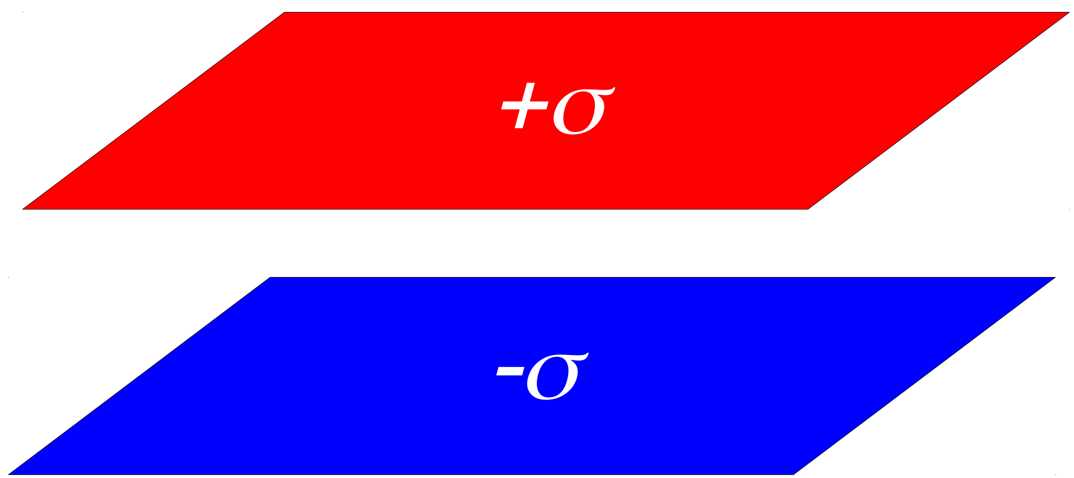
$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}$$

と、実際のコンデンサーの場合の
近似式して使える。

1. 無限に広い平面に一様に電荷が分布しており、その平面密度が+σである場合、電気力線を描き電場の強さを示せ。



2. 無限に広い二つの平面それぞれに、符号の異なる電荷が面密度+σ, -σで分布している。電気力線を描き、電場の強さと二つの平面の電位差を示せ。



3. 有限の面積Sをもつ二つの平面に、符号の異なる電荷+Q, -Qを与えた場合、2.は近似式として用いられる。電場の強さと二つの平面の電位差を示せ。