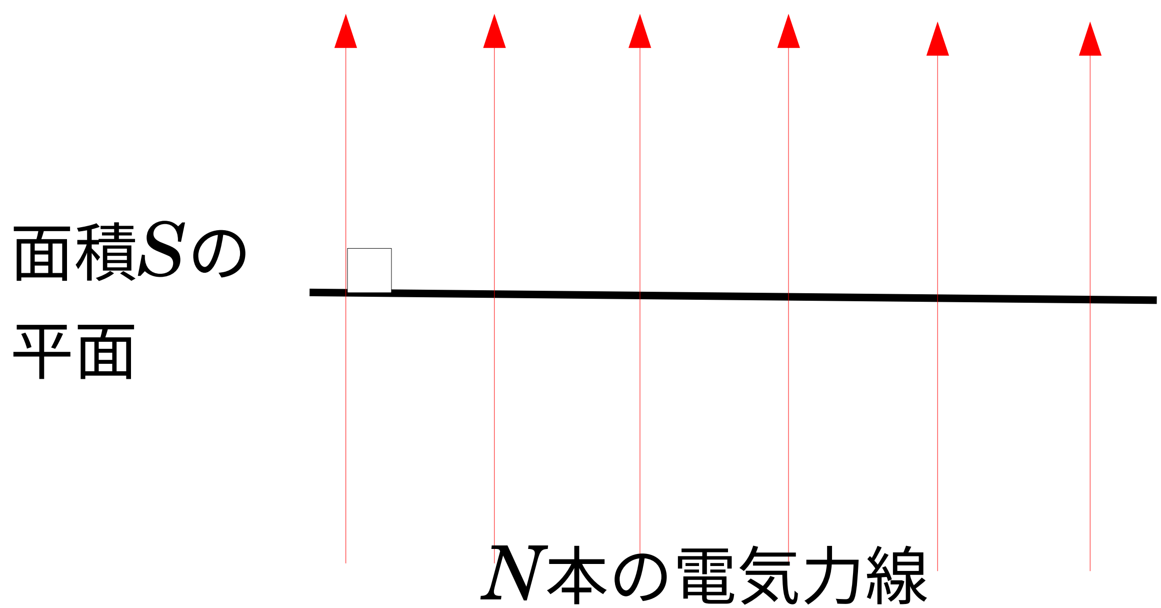
とりあえず、電場に垂直な平面に対し

$$N = \varepsilon_0 (\vec{E} \cdot \hat{n}) S$$ を、

$$\boxed{\cos\theta = 1 \to \hat{n} \cdot \vec{E} = E}$$ なので、

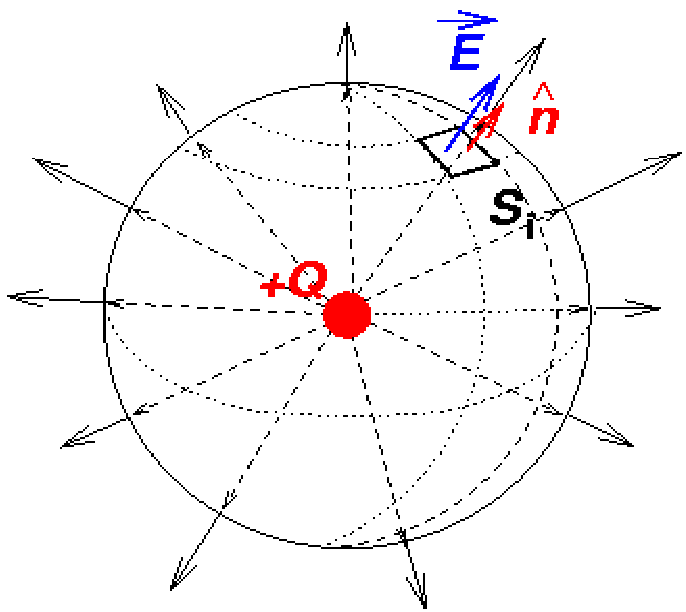
$$\boxed{N(\text{電気力線の数}) = \varepsilon_0(\text{定数}) \times E(\text{電場の強さ}) \times S(\text{面積})}$$

横から見ると、



こんな感じ

一個の電荷の作る電場 (クーロン場)



電荷を中心とする球面上で

$$\varepsilon_0 \int_S (\vec{E}\cdot\hat{n})dS = Q$$

球面の対称性

$\vec{E}, \vec{r}\,(\hat{r}), \hat{n}$ は全部同じ方向のベクトル

E の大きさは球面上で一定であるから、

$$\varepsilon_0 E \int_S dS = \varepsilon \cdot E \cdot 4\pi r^2 = Q$$

(注意、球の表面積は$S=4\pi r^2$)

$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 4\pi r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}$$

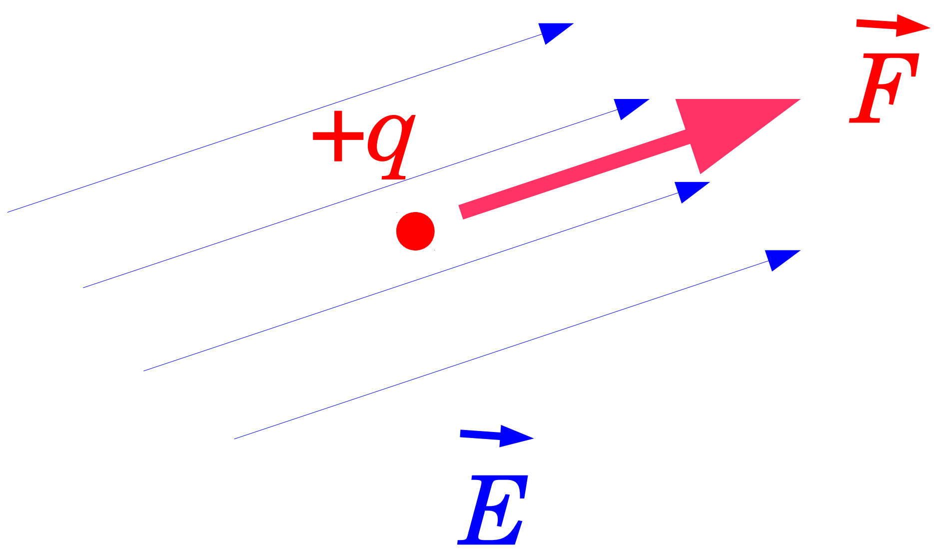
$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\hat{r}}{r^2}$$

($\vec{E}, \hat{r}$ は全部同じ方向のベクトル

「場」とは、「何か」に、「作用する」空間の性質

「電場」は、「電荷」に、「力」を与える。

(電荷は電場をつくると同時に、電場から力を受ける)



$$\vec{F} = q\,\vec{E}$$

クーロンの法則＝二つの電荷に働く力

１，一つの電荷Qの作る電場（クーロン場）

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\hat{r}}{r^2} \quad \left(= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}}{r^3} \right)$$

２，その中で、別の電荷qの受ける力

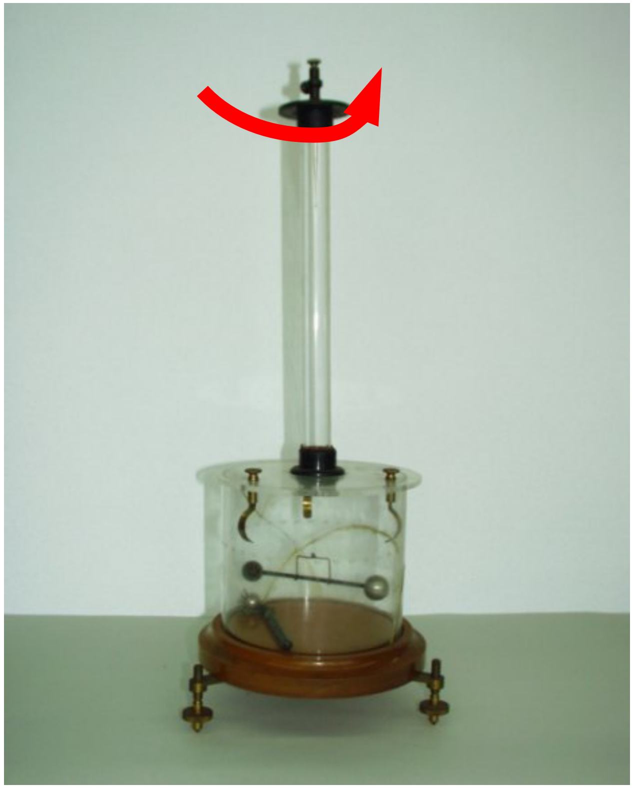
$$\boxed{\vec{F} = q \cdot \vec{E}} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\hat{r}}{r^2} \quad \left(= \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}}{r^3} \right)$$

ベクトルで表されているので、力の方向も同時に表現される。

==> 電場を求めると、力は簡単に推察できる

クーロンの実験

クーロンのねじり秤



旧制新潟高等学校の資料

http://museum-eng.eng.niigata-u.ac.jp/
physics/p_niigata.html

２つの電荷には、

1. 同種の電荷には、斥力が
2. 異種の電荷には、引力が働く。
3. その大きさは、それぞれの電荷の積と、距離の二乗に反比例する。

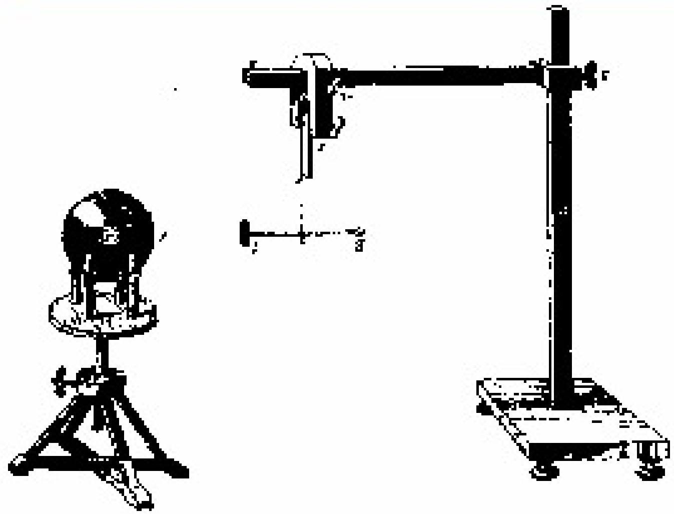
$$F = k \cdot \frac{q \cdot Q}{r^{\boxed{2}}}$$

2 or 2+ε ?

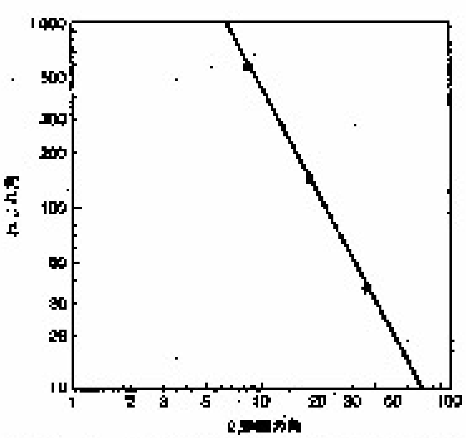
クーロンは、精度の低いの実験と万有引力との類似から結論

精密実験はキャベンディッシュによる。

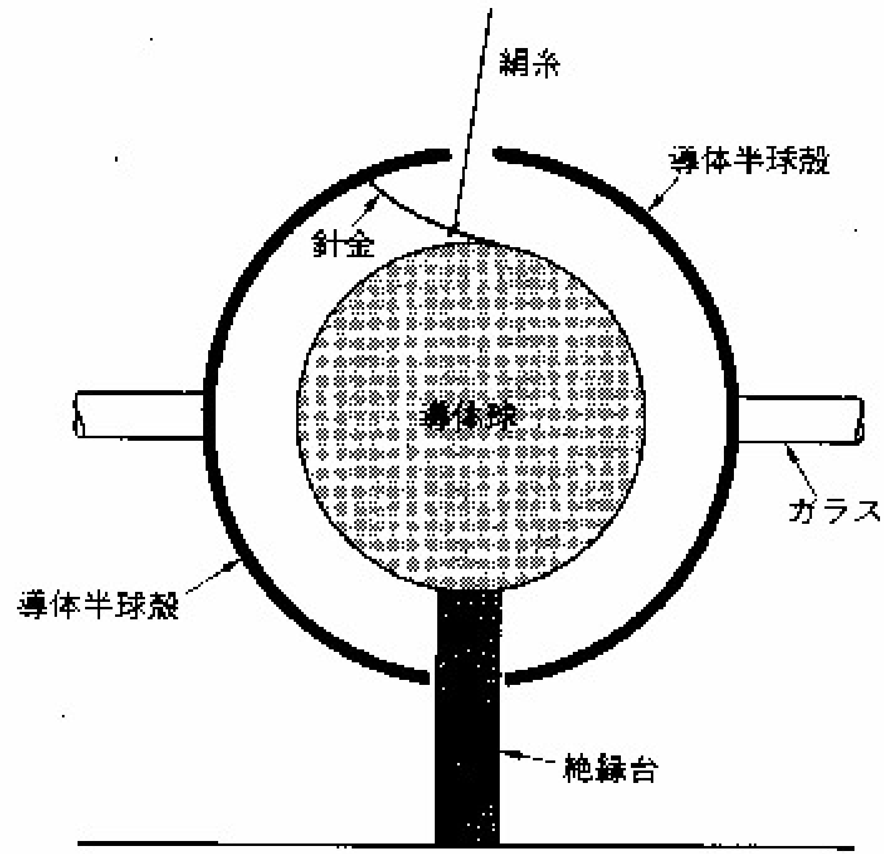
クーロンの実験の問題点とキャベンディッシュの実験



▲図2　クーロンが電気引力の実験に用いた装置



▲図3　クーロンが報告している測定値を対数-対数グラフにプロットした図



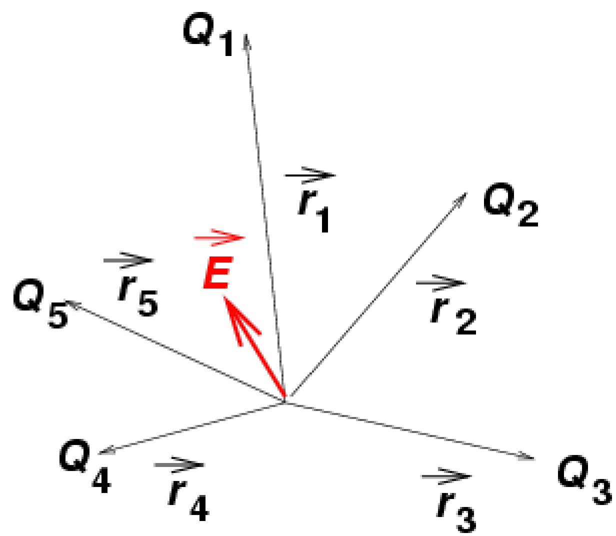
▲図4　キャベンディッシュの実験の略図

内部導体球上の電荷の有無を測定

図の出典：歴史を変えた物理実験」(霜田光一著(丸善))

キャベンディッシュはガウスの法則を実験的に証明した。

多数の電荷の作る電場 (重ね合わせの原理)

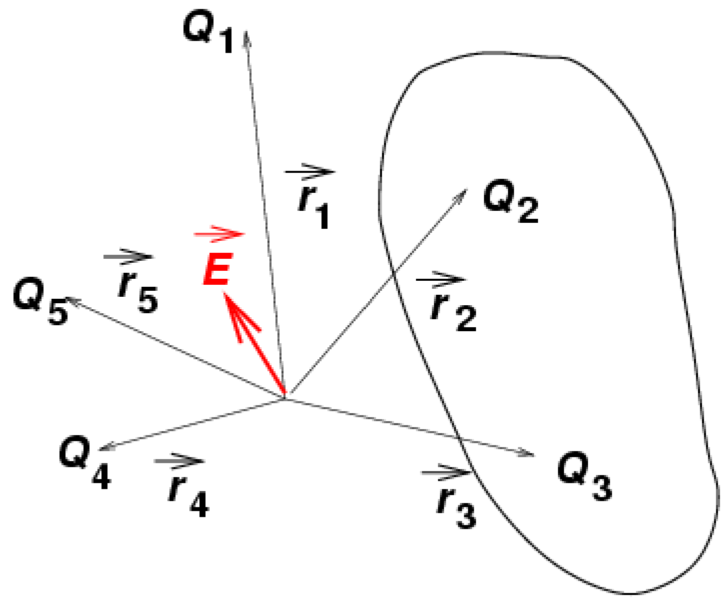


$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i = -\sum_i \frac{Q_i}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\hat{r}_i}{r_i^2}$$

つまり、原理的には、どんな電荷分布でも、(メチャクチャ時間は掛かるが)
計算できる。

でも、ガウスの法則を使うと、あっという間に計算できる場合がある。

多数の電荷がある場合の、ガウスの法則



$$\varepsilon_0 \int_S (\vec{E}\cdot\hat{n})\,dS = Q$$

閉曲面の内側

$$\int_S (\vec{E}\cdot\hat{n})\,dS = 0$$

閉曲面の外側

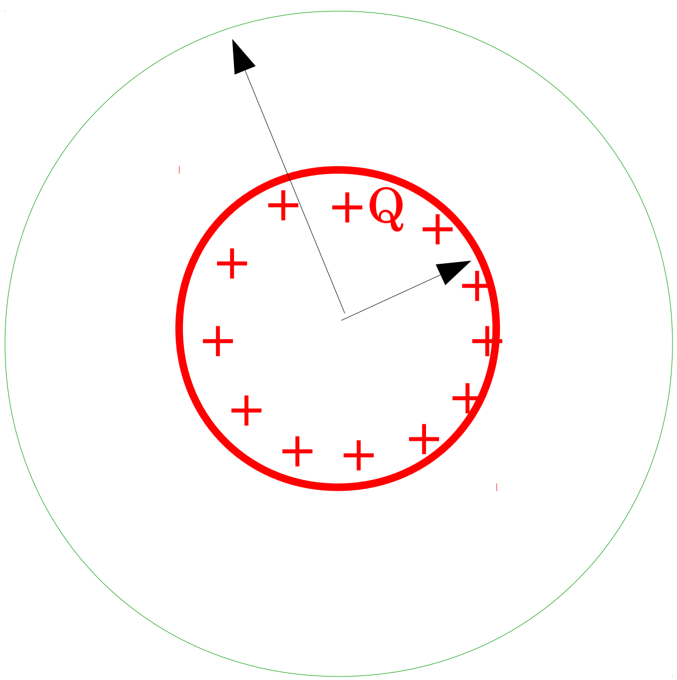
それぞれ和をとれば、

$$\varepsilon_0 \int_S (\vec{E}\cdot\hat{n})\,dS = \sum_{\text{内側にある電荷}} Q$$

電荷が球対象に分布する場合（クーロン電場と共通点が多い）

球対称 => 電気力線は中心から伸びる直線。

もうひとつ、同じ中心をもつ球を考え、



この上でガウスの法則を考える

$$\varepsilon_0 \int_S (\vec{E}\cdot\hat{n})\, dS = \sum_{\text{内側にある電荷}} Q$$

左辺はいつも $\varepsilon_0 \int_S (\vec{E}\cdot\hat{n})\, dS = \varepsilon_0 4\pi r^2 \cdot E$

右辺の評価がポイント $\sum_{\text{内側にある電荷}} Q$

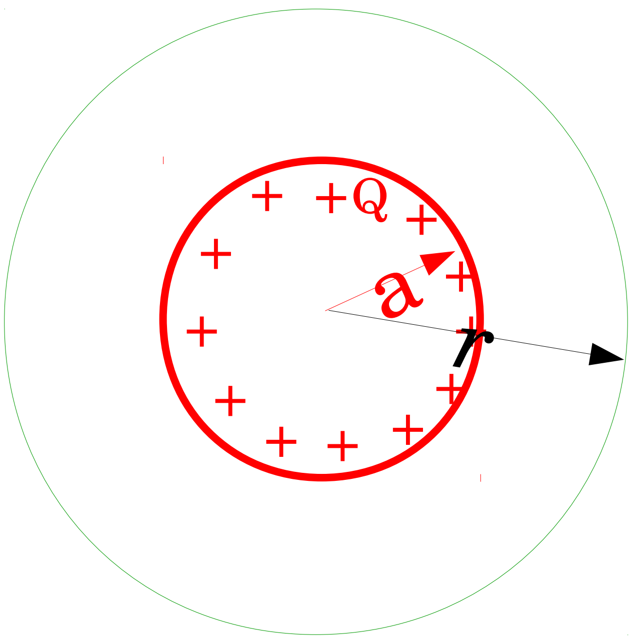
半径aの球面上に一様に計Qの電荷が分布する場合

ガウスの法則は、

$$\varepsilon_0 \int_S (\vec{E}\cdot\hat{n})\,dS = \sum_{\text{内側にある電荷}} Q$$

半径rの球の内部の電荷を評価すると、

$$\sum_{\text{内部}} Q = \begin{cases} Q & (r>a) \\ 0 & (r<a) \end{cases}$$



ガウスの法則の応用。

注、左辺はいつも $\boxed{\varepsilon_0 \int_S (\vec{E}\cdot\hat{n})\,dS = \varepsilon_0 4\pi r^2 \cdot E}$

$$\varepsilon_0 4\pi r^2 \cdot E = \begin{cases} Q & (r>a) \\ 0 & (r<a) \end{cases}$$

以上より、
電場の大きさは、

$$E = \begin{cases} \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{r^2} & (r>a) \\ 0 & (r<a) \end{cases}$$

ベクトルで書いて、

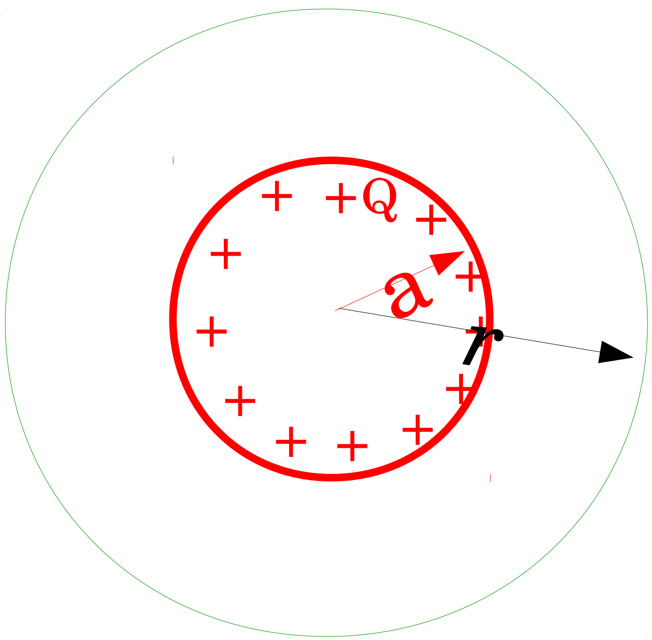
$$\vec{E} = \begin{cases} \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\hat{r}}{r^2} & (r>a) \\ 0 & (r<a) \end{cases}$$

今日の問題

半径aの球面上に一様に計Qの電荷が分布する場合

ガウスの法則、

$$\varepsilon_0 \int_S (\vec{E}\cdot\hat{n})\,dS = \sum_{\text{内側にある電荷}} Q$$



半径r の球の内部の電荷を評価すると、

$$\sum_{\text{内部}} Q = \left\{ \right.$$

球対称な系の、ガウスの法則の左辺はいつも

$$\varepsilon_0 \int_S (\vec{E}\cdot\hat{n})\,dS = \varepsilon_0 4\pi r^2 \cdot E$$

$$\varepsilon_0 4\pi r^2 \cdot E = \left\{ \right.$$

以上より、
電場の大きさは、

$$E = \left\{ \right.$$

ベクトルで書いて、

$$\vec{E} = \left\{ \right.$$