

積分法則のまとめ

面積分

$$\int_{[\text{閉曲面上}]} \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \sum_{[\text{閉曲面内部}]} Q / \epsilon_0$$

ガウスの法則

線積分

$$\oint_{[\text{面積の周囲}]} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \int_{\text{面積}} \vec{B} \cdot \hat{n} dS$$

電磁誘導の法則

面積分

$$\int_{[\text{閉曲面上}]} \vec{B} \cdot \hat{n} dS = 0$$

磁場のガウスの法則

線積分

$$\oint_{[\text{面積の周囲}]} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \sum_{[\text{面積を通る}]} I$$

アンペールの法則

そろっている

バラバラ?

電場と磁場の対称性を良くする試み

Q_m : 単磁極(モノポール)と

I_m : 磁流[単磁極の流れ]を仮定すると

面積分 $\int_{[\text{閉曲面上}]} \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \sum_{[\text{閉曲面内部}]} Q / \epsilon_0$ ガウスの法則

線積分 $\oint_{[\text{面積の周囲}]} \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \sum_{[\text{面積を通る}]} I_m - \frac{d}{dt} \int_{\text{面積}} \vec{B} \cdot \hat{n} dS$

電磁誘導の法則

面積分 $\int_{[\text{閉曲面上}]} \vec{B} \cdot \hat{n} dS = \sum_{[\text{閉曲面内部}]} Q_m$

磁場のガウスの法則

線積分 $\oint_{[\text{面積の周囲}]} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \sum_{[\text{面積を通る}]} I$

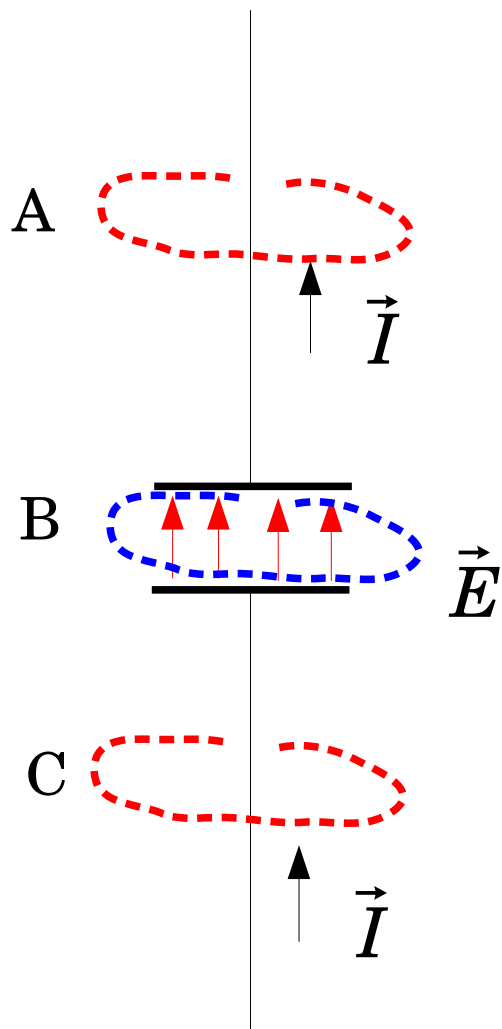
ここは、まだ、対照的でない。

アンペールの法則

変位電流(マクスウエルの考察)

電流の途中にコンデンサーを置くとき、
A、Cでのアンペールの法則は

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I \quad \dots(1)$$



と与えられる。

左辺の線積分の位置をAからCまで動かす時、
実際の電流が流れないBで、左辺の値が突然0に
なるのは不自然。電場が電流に代わって同じ
働きをしているに違いない。

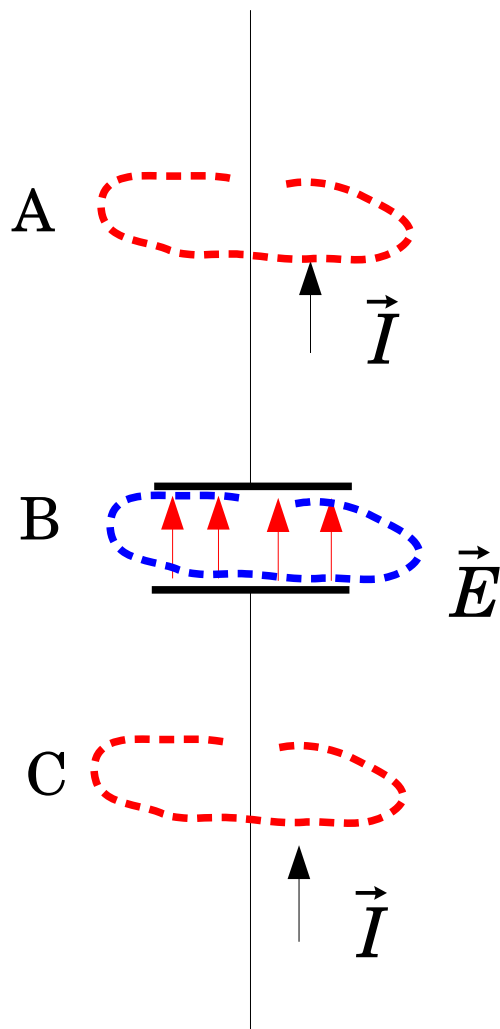
コンデンサーでは $I = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}(\epsilon_0 E S)$

が成り立つので、電流に代わり、

$$\epsilon_0 \frac{d}{dt}(E S)$$

が電流の働きをする。

変位電流(マクスウエルの考察)II



コンデンサーの周囲のアンペールの法則は

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \left[\varepsilon_0 \frac{d}{dt} (E S) \right] \quad \dots(2)$$

となる。

したがって、A、B、Cすべての点で成り立つのは、

(1)と合わせて、

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d}{dt} (E S) \quad \dots(3)$$

である。

対称性を持つ積分方程式たち

電場の
面積分

$$\int_{[\text{閉曲面上}]} \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \sum_{[\text{閉曲面内部}]} Q / \epsilon_0 \quad (\text{電場のガウスの法則})$$

線積分

$$\oint_{[\text{面積の周囲}]} \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \sum_{[\text{面積の中を通る}]} I_m - \frac{d}{dt} \int_{\text{面積}} \vec{B} \cdot \hat{n} dS$$

磁場の
面積分

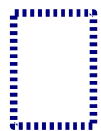
$$\int_{[\text{閉曲面上}]} \vec{B} \cdot \hat{n} dS = \sum_{[\text{閉曲面内部}]} Q_m \quad (\text{磁場のガウスの法則})$$

(電磁誘導の法則)

線積分

$$\oint_{[\text{面積の周囲}]} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \sum_{[\text{面積の中を通る}]} I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d}{dt} \int_{\text{面積}} \vec{E} \cdot \hat{n} dS$$

(アンペール・マクスウエルの法則)



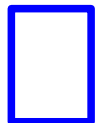
電場の面積分に関係



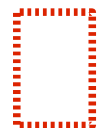
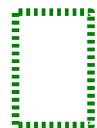
電荷に関係する



電流に関係する



磁場の面積分に関係



単磁極と、磁流はまだ見つかっていない。

マクスウエルの方程式の積分型

電場の
面積分 $\int_{[\text{閉曲面上}]} \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \sum_{[\text{閉曲面内部}]} Q / \epsilon_0$ (電場のガウスの法則)

線積分 $\oint_{[\text{面積の周囲}]} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \int_{\text{面積}} \vec{B} \cdot \hat{n} dS$ (電磁誘導の法則)

磁場の
面積分 $\int_{[\text{閉曲面上}]} \vec{B} \cdot \hat{n} dS = 0$ (磁場のガウスの法則)

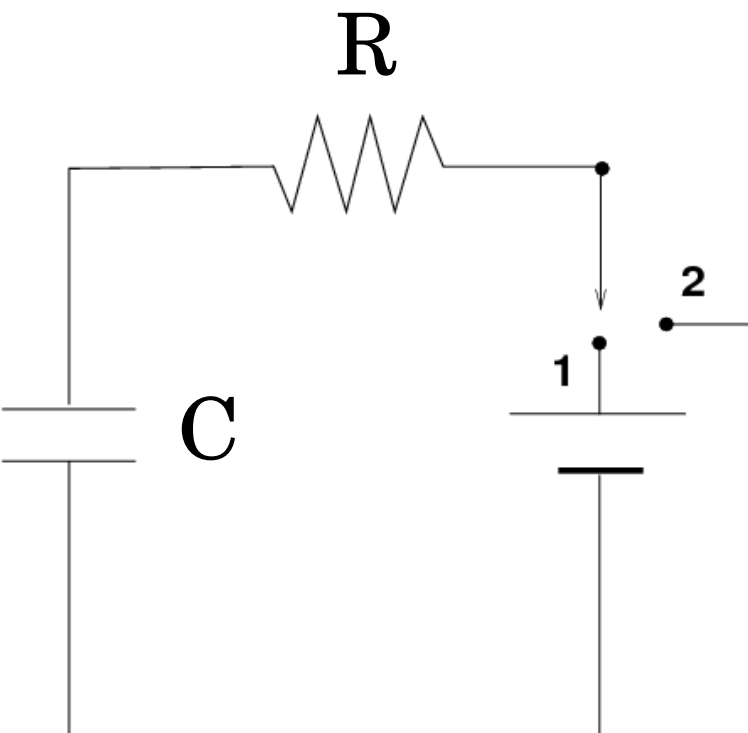
線積分 $\oint_{[\text{面積の周囲}]} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \sum_{[\text{面積を通る}]} I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d}{dt} \int_{\text{面積}} \vec{E} \cdot \hat{n} dS$
(アンペール・マクスウエルの法則)

通常、まだ見つかっていない単磁極、磁流の項は書かない。

今日の問題、

コンデンサーを含む回路。

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad \text{に注意}$$



1、スイッチ1では、次の微分方程式が成り立つ。

$$RI + \frac{Q}{C} = E \quad \text{または、} \quad R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = E$$

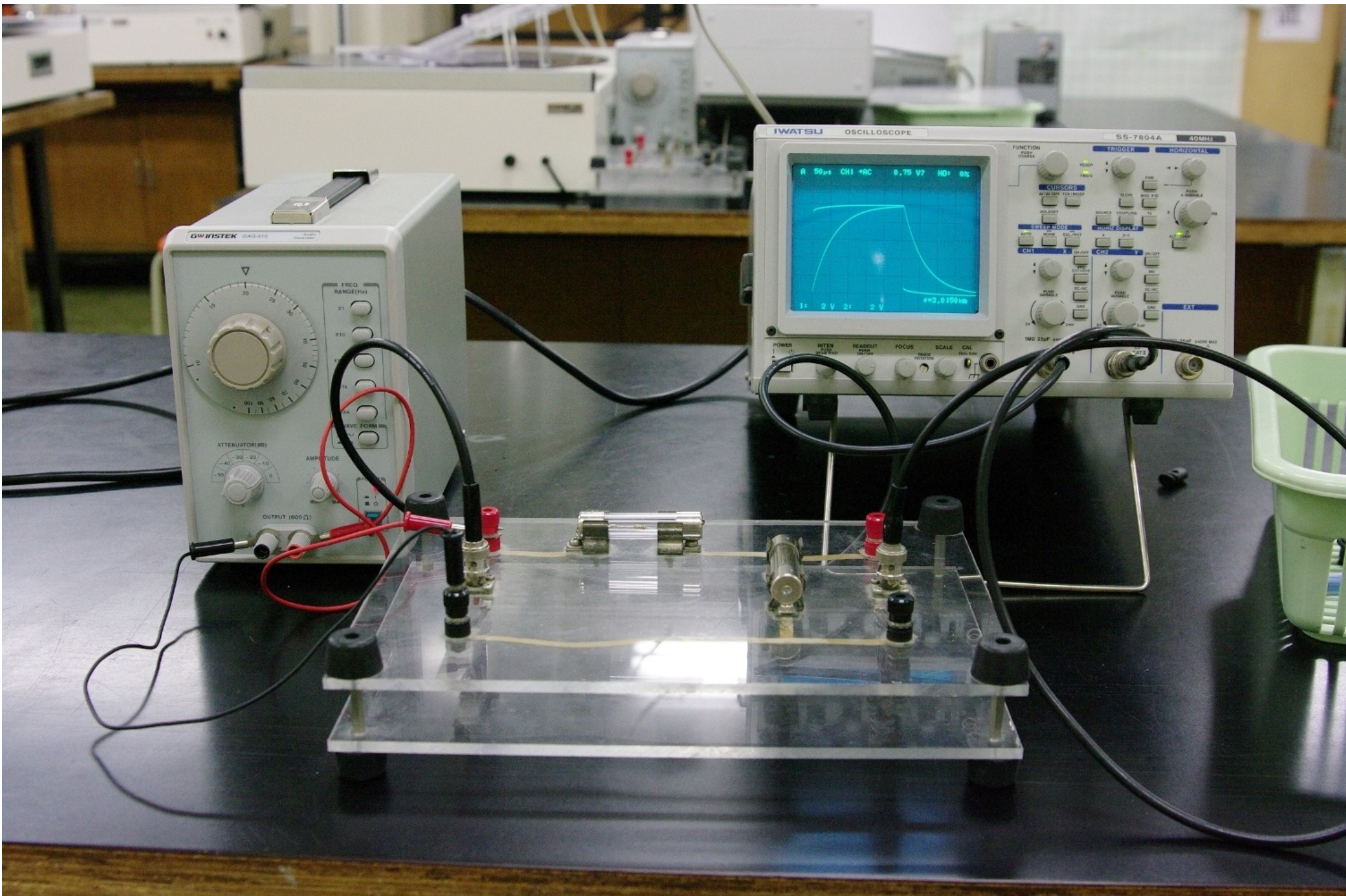
このまま、電荷の移動が無くなるまで放置する。

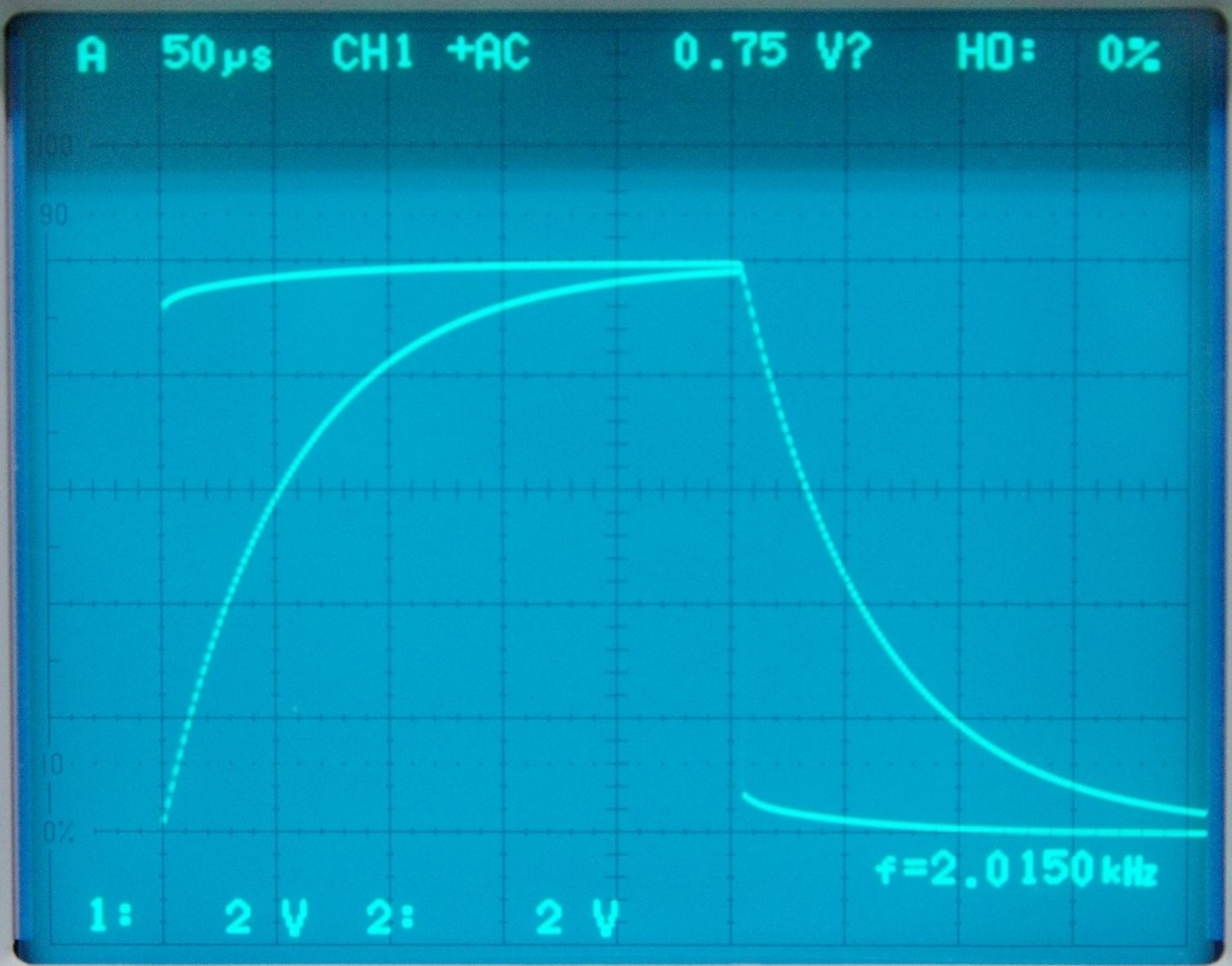
最終的にコンデンサーに蓄えられる電荷 Q_0

2、を求めよ。スイッチ2では、次の微分方程式が成り立つ。

$$RI + \frac{Q}{C} = 0 \quad \text{または、} \quad R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$$

時刻 $t=0$ で、スイッチを1から、2に切り替えたとして、コンデンサーに蓄えられた電荷 Q の時間変化を示せ。





COAR

AUT

CH

5

10