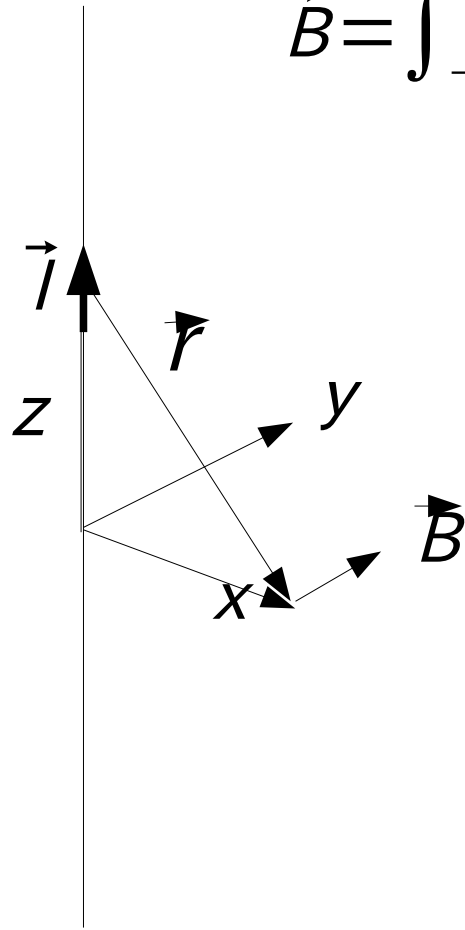


# 無限に長い直線電流の作る磁場



$$\vec{B} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} dz = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} dz \quad (\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r})$$

$$\vec{l} = l \cdot \hat{k} \quad \vec{r} = x\hat{i} - z\hat{k}$$

$$\vec{l} \times \vec{r} = l \cdot x(\hat{k} \times \hat{i}) - l \cdot z(\hat{k} \times \hat{k}) = l \cdot x \cdot \hat{j}$$

従って、

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k} \quad \text{とおくと、}$$

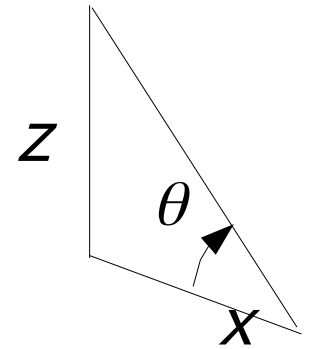
$$B_x = B_z = 0$$

$$B_y = \frac{\mu_0}{4\pi} l \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + z^2}^3} dz = \frac{\mu_0 l}{4\pi x} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1 + (z/x)^2}^3} d(z/x)$$

$$\frac{z}{x} = \tan \theta \quad \text{とおくと}$$

$$d(\tan \theta) = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} d\theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} d\theta$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$



$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1 + (z/x)^2}^3} d(z/x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}^3} d(\tan \theta)$$

$$= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta d\theta = [\sin \theta]_{-\pi/2}^{\pi/2}$$

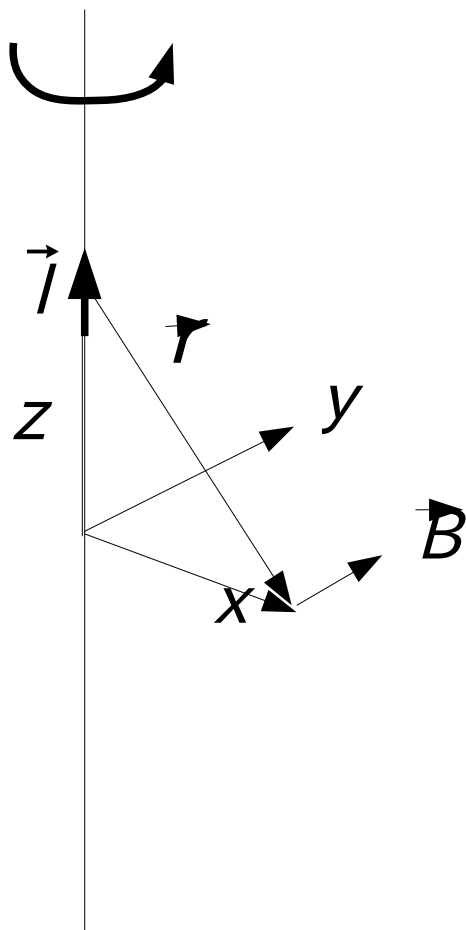
$$= 2$$

続き

したがって

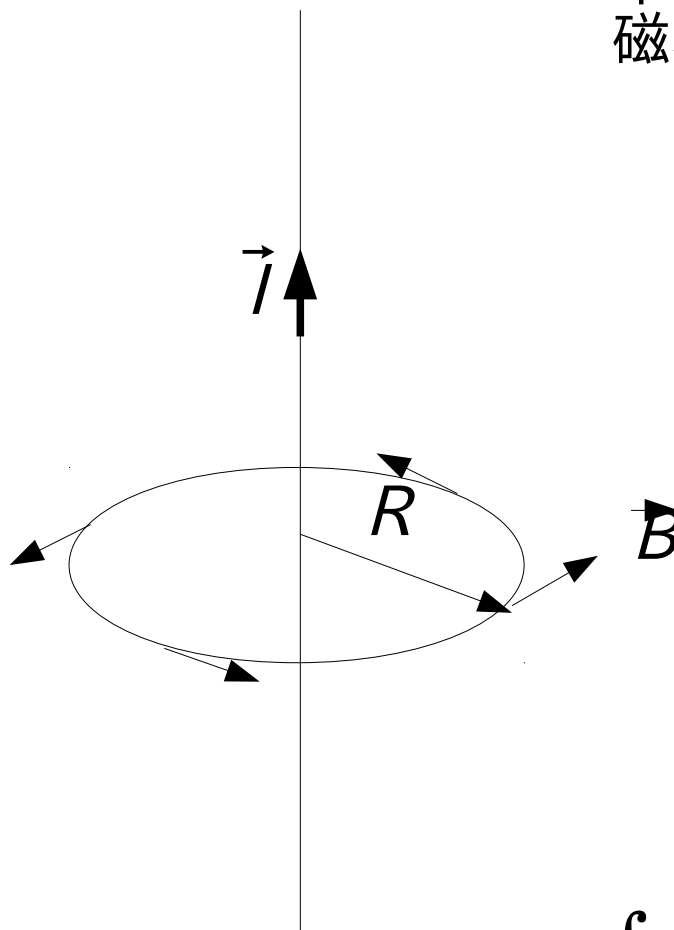
$$B_y = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

## 回転対称性



回転対称性を考えると、  
半径  $R$  の円周上どこでも  
磁場の強さは、

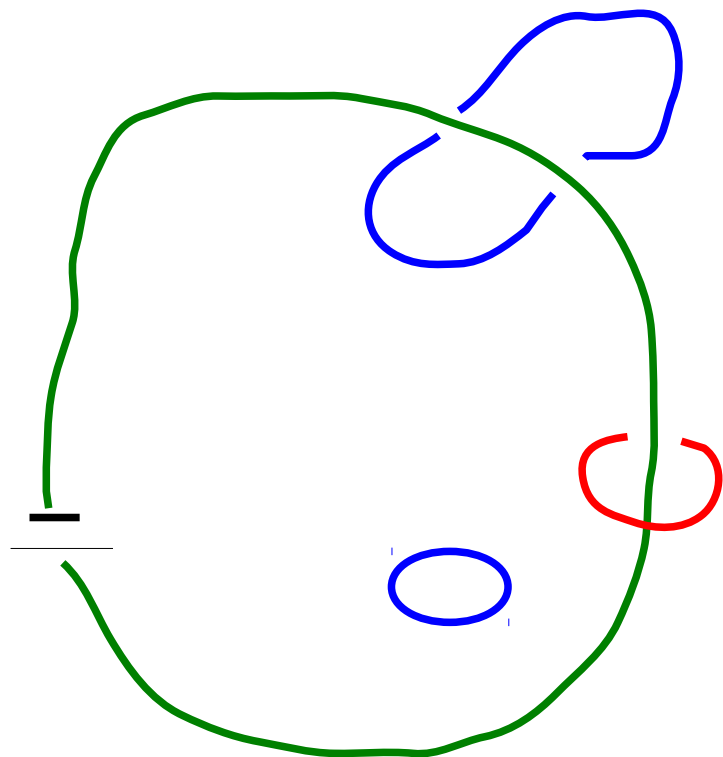
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$



円周一周の積分は、

$$\oint \vec{B} d\vec{s} = \oint B ds = \mu_0 I$$

実は、もっと一般的な法則 **アンペールの法則** が成り立つ



閉じた定常電流に対し、任意の一周積分は、  
その中を電流が通っていれば、

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

通っていない場合は

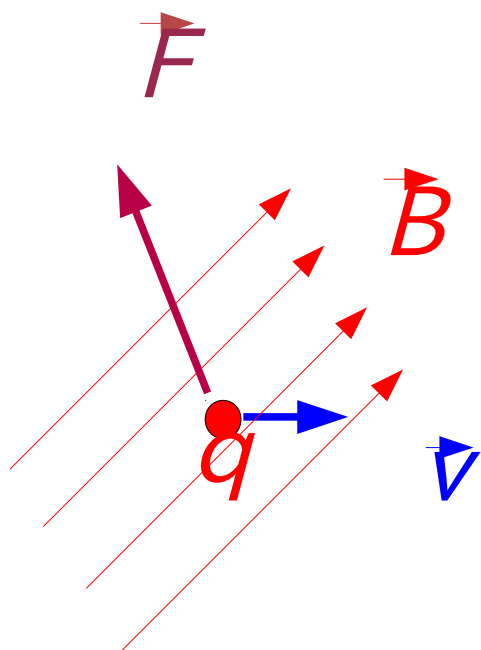
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

注意: 磁場に対するガウスの法則は常に

$$\int \vec{B} \cdot \hat{n} dS = 0$$

磁力線は、閉曲線であること、  
面積分は面を通る磁力線の数を数える操作なので、自明

# 磁場が電荷に与える力 やはり外積で表現される



$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

電場も加えて、電磁場が電荷に与える力は

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B} + \vec{E})$$

ともっとも一般的に書かれる。  
これを、ローレンツ力と呼ぶ。

# 磁場が電流に与える力

短い区間を流れる電流が磁場から受ける力は、  
その中の電荷(電子)が磁場から受ける力の合計。

$$\vec{I} = -e\rho_e S \langle \vec{v} \rangle \quad \text{電流の定義}$$

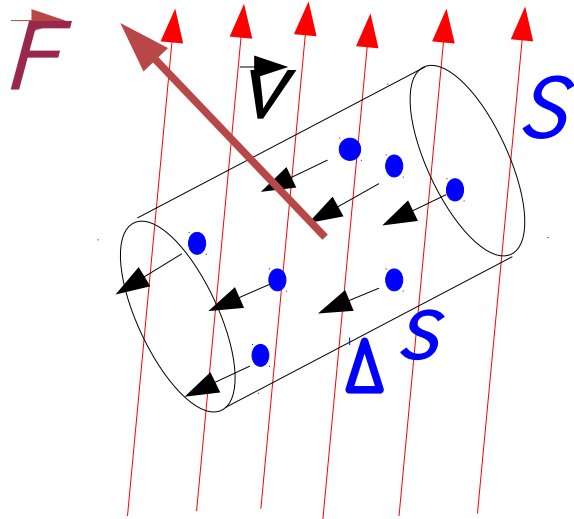
$$\vec{F} = -e(\vec{v} \times \vec{B}) \quad \text{電子一個受ける力}$$

この区間の中の自由電子の数は

$$N_e = \rho_e \cdot S \cdot \Delta s$$

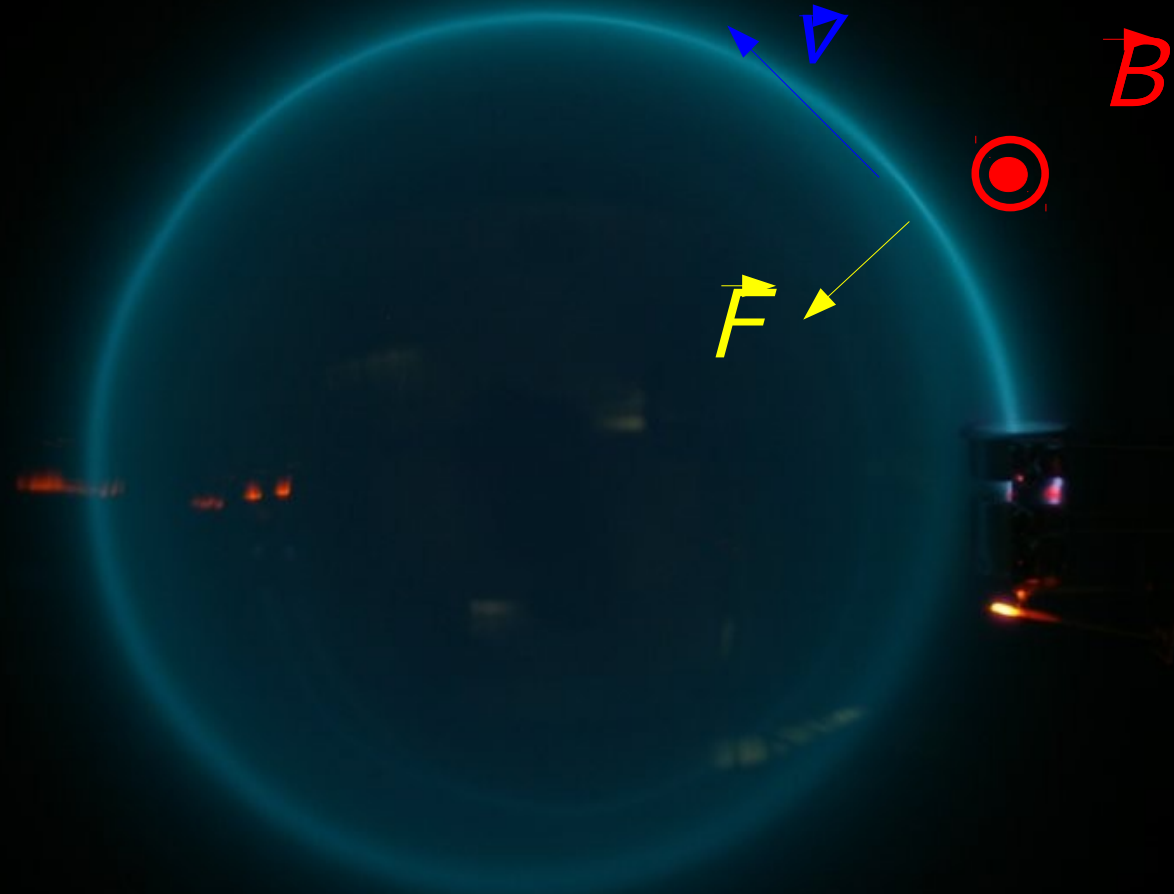
したがって、

$$\Delta \vec{F} = [\vec{I} \cdot \Delta s] \times B = \vec{I} \times \vec{B} \Delta s$$



## 磁場が電荷に与える力の実験

磁場中の電子の運動



力の大きさだけ考える

$$F_{\text{磁場}} = evB$$

これと遠心力

$$F_{\text{遠心力}} = \frac{mv^2}{r}$$

が釣り合うと考え

$$evB = \frac{mv^2}{r}$$

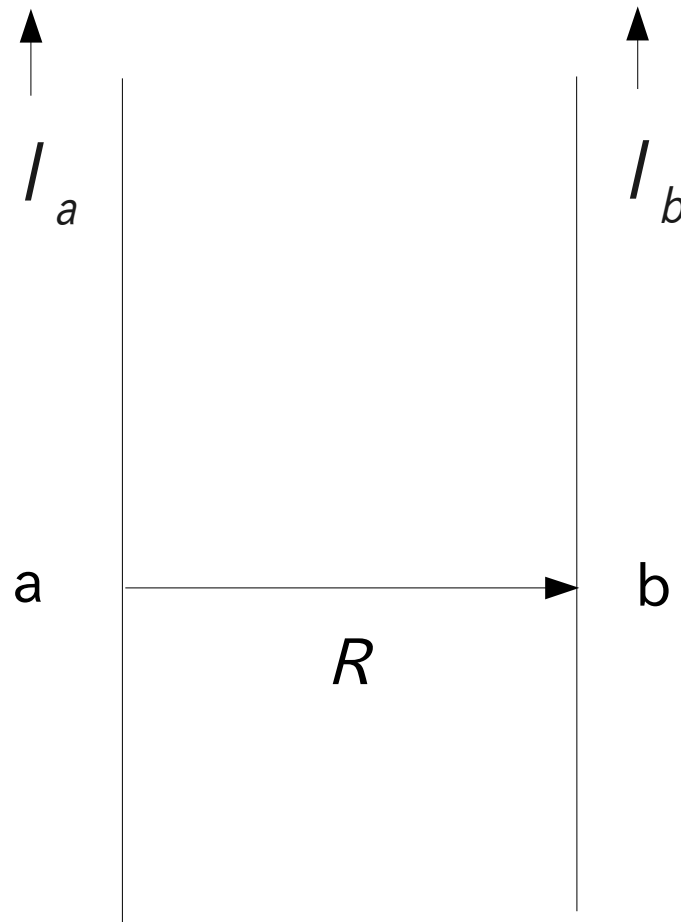
半径が、粒子の速度と  
磁場の強さから

$$r = \frac{mv}{eB}$$

と求められる。

## 今日の問題

下図の様に二つの直線(a,b)を電流が流れている。  
それぞれの間働く、単位長さあたりの力を求めよ。





# 平行な直線電流に働く力

まず、直線電流aが直線電流bの位置につくる磁場の強さ $B$ を求める。a bの距離は $R$ だから、図のように座標を導入して

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_a}{2\pi R} \hat{j}$$

次に、直線電流bが、磁場から受ける力を求める。

$$\Delta \vec{F} = [(I_b \hat{k}) \times \vec{B}] \Delta s = \left[ \frac{\mu_0 I_a I_b}{2\pi R} (\hat{k} \times \hat{j}) \right] \Delta s$$

また、 $\hat{k} \times \hat{j} = -\hat{i}$ より、

単位長さあたりの力は

$$\vec{F} = - \frac{\mu_0 I_a I_b}{2\pi R} \hat{i}$$

つまり、2つの電流は引き合う

