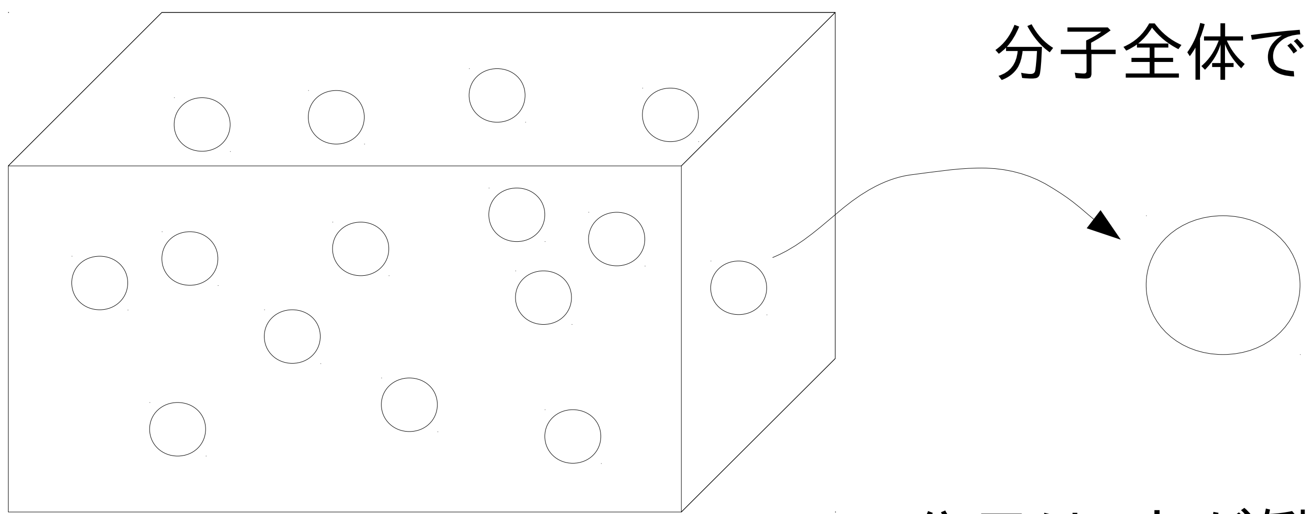
不導体＝誘電体 (高分子化合物など)

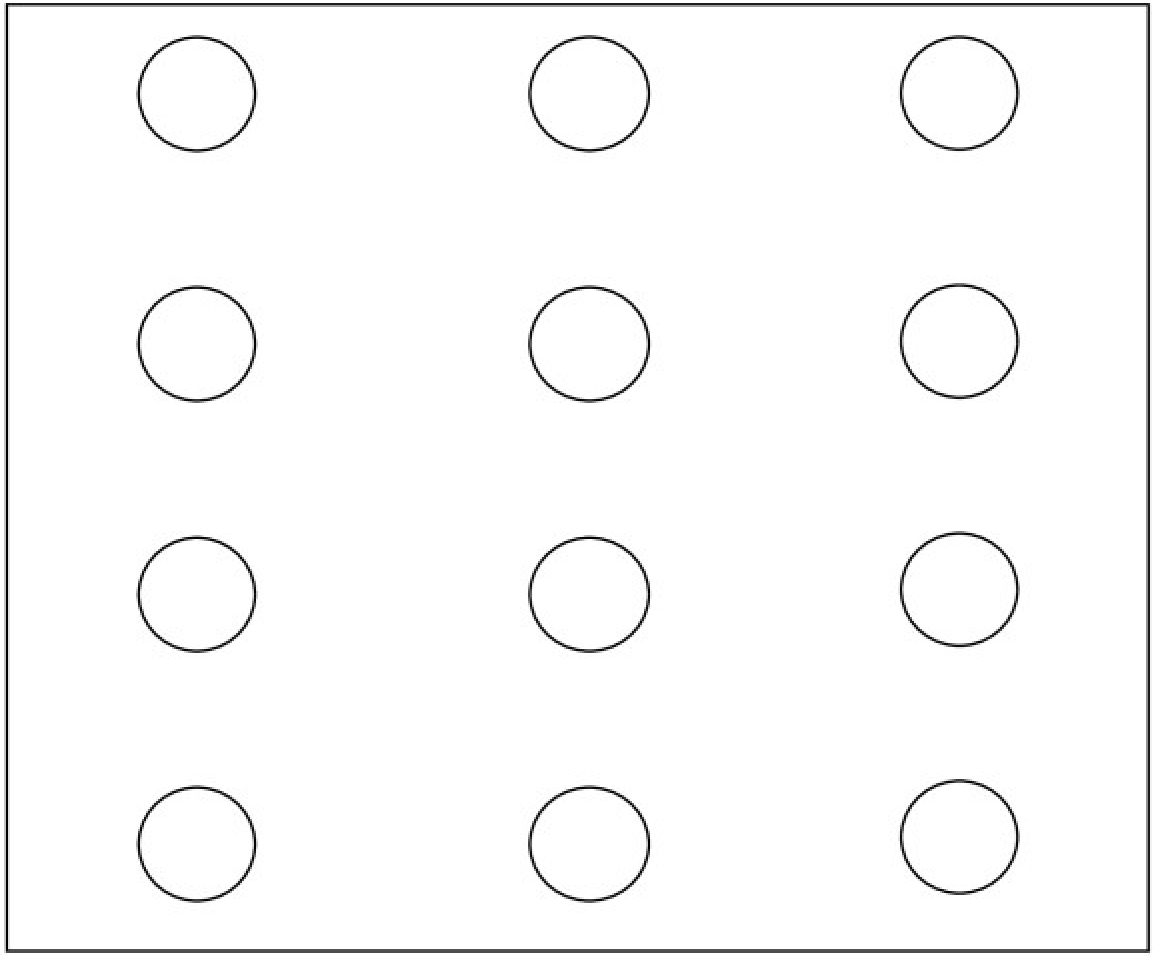


分子全体では中性

1.分子は、力が働くと変形する。

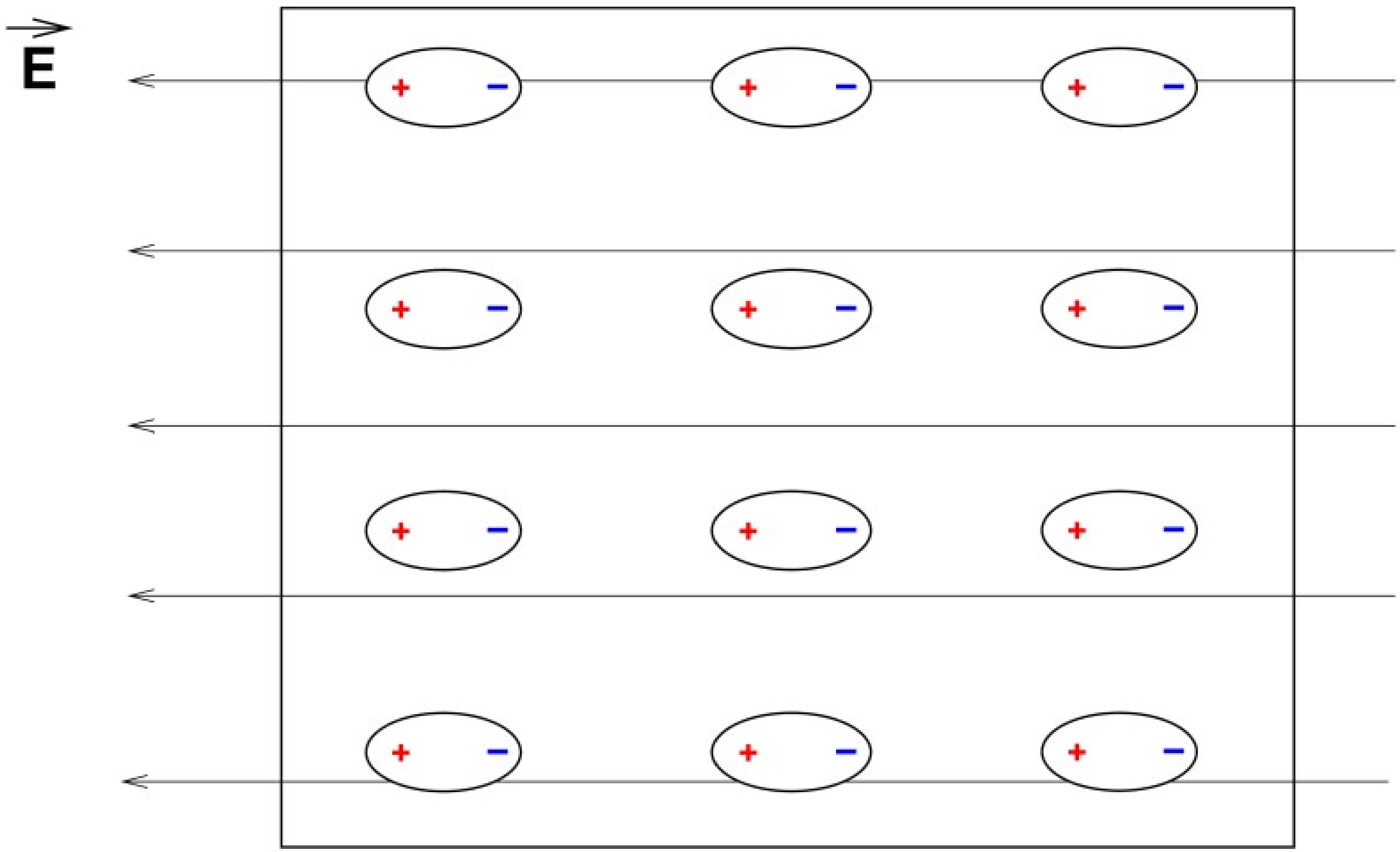
2.電子は、分子内部では
動くことが出きるが、
分子の外には出られない。

電場と誘電体分子



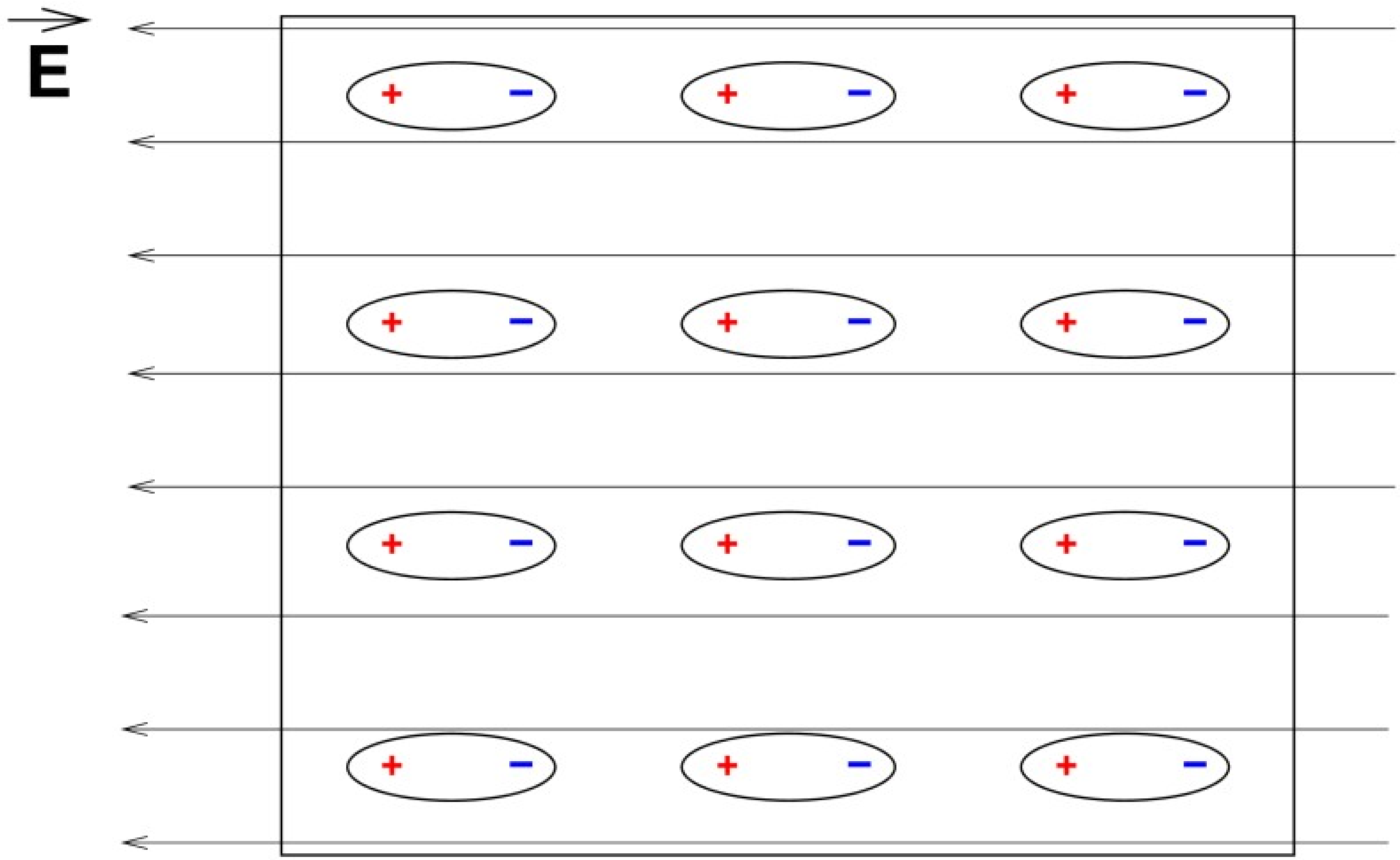
分子の中の電荷は、特に局在していない。

電場と誘電体分子



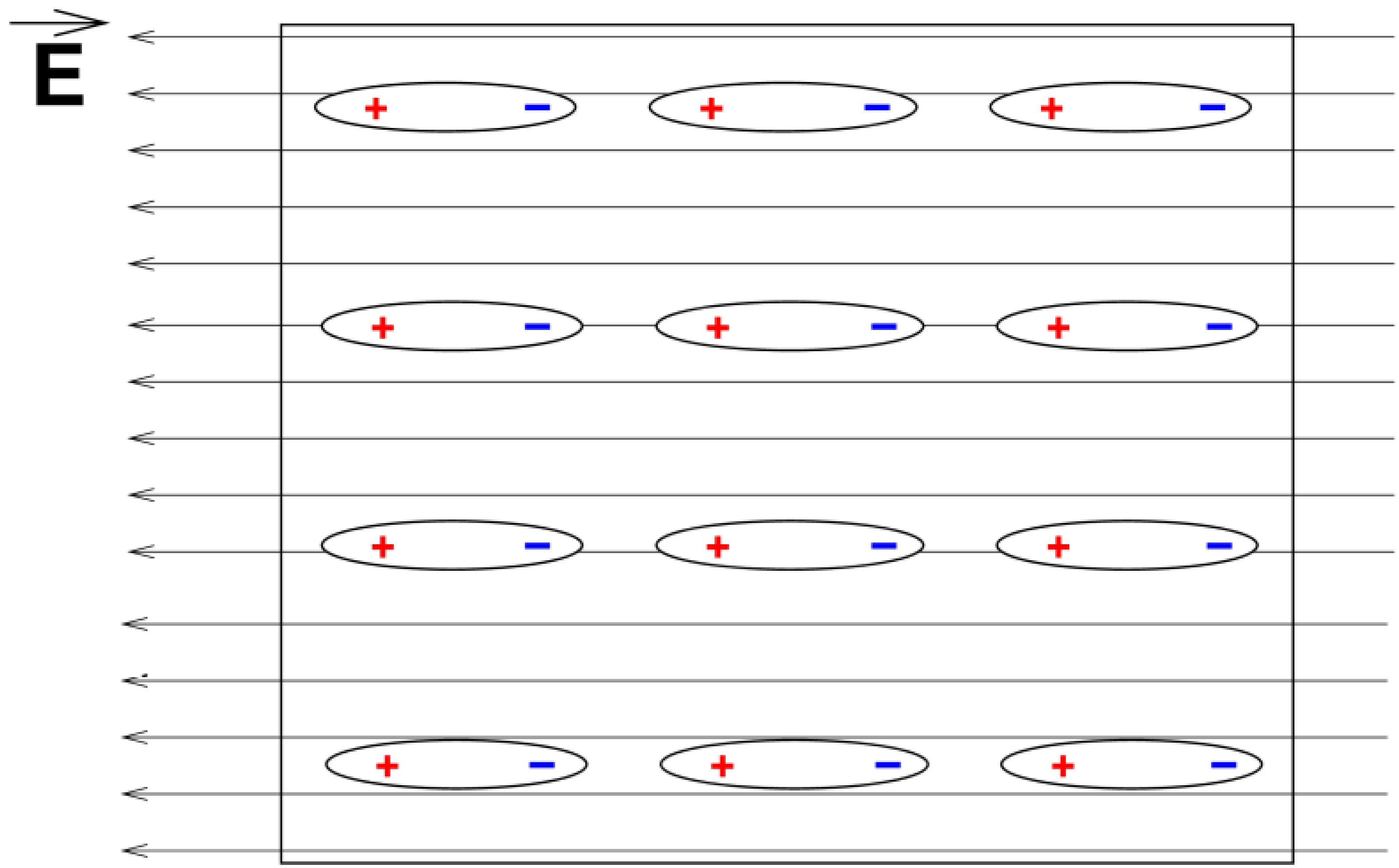
分子の中の電荷が局在しはじめる（分極）

電場と誘電体分子



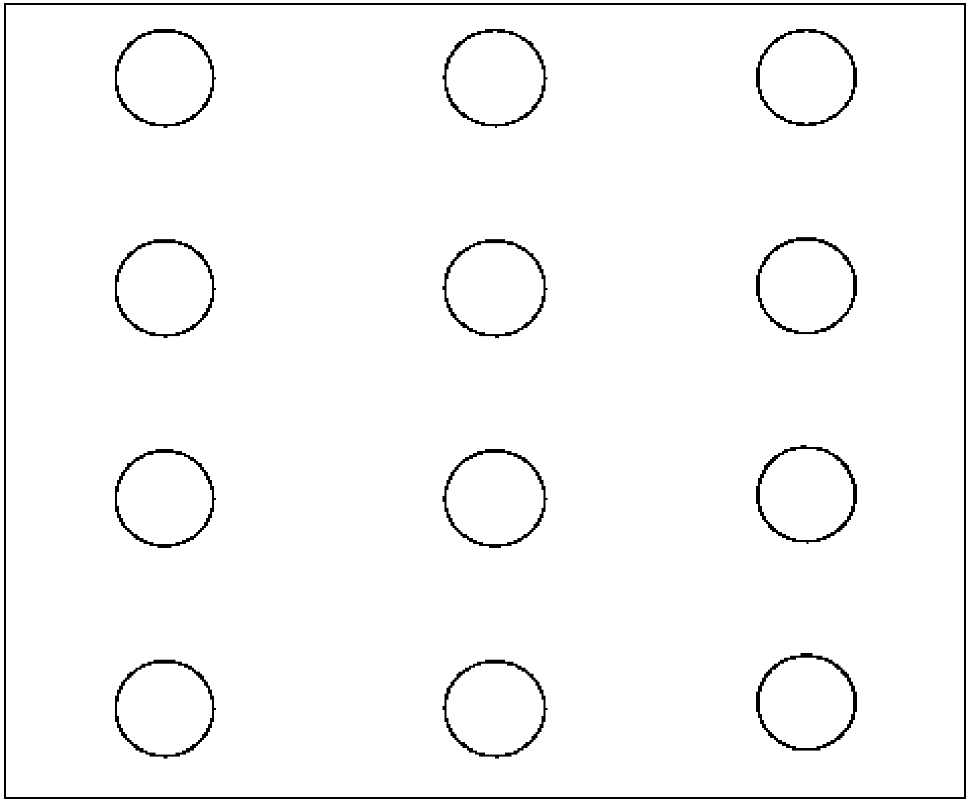
電場とともに 分極 が大きくなる。

電場と誘電体分子



さらに電場が強くなると...

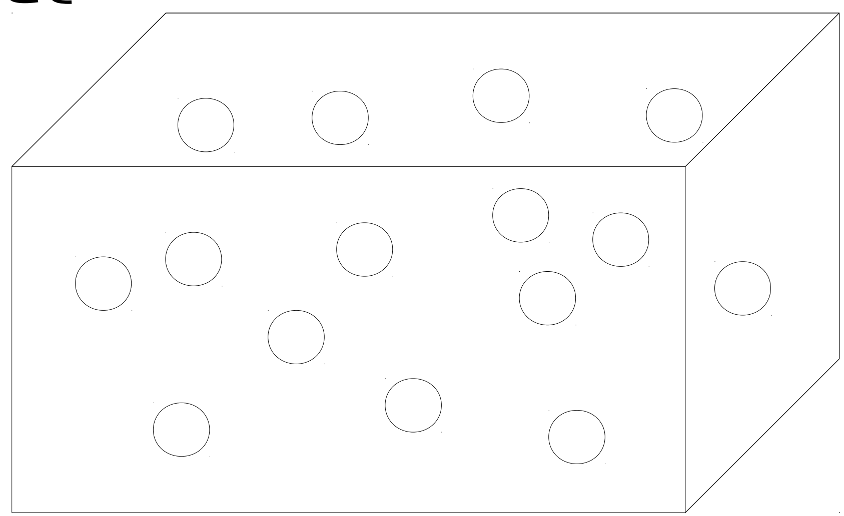
だんだん強くなってゆく電場と誘電体分子



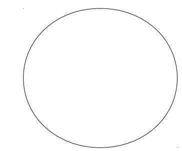
分子の中の電荷が局在する現象を分極と呼ぶ。

不導体＝誘電体 (高分子化合物など)

電場が無いとき

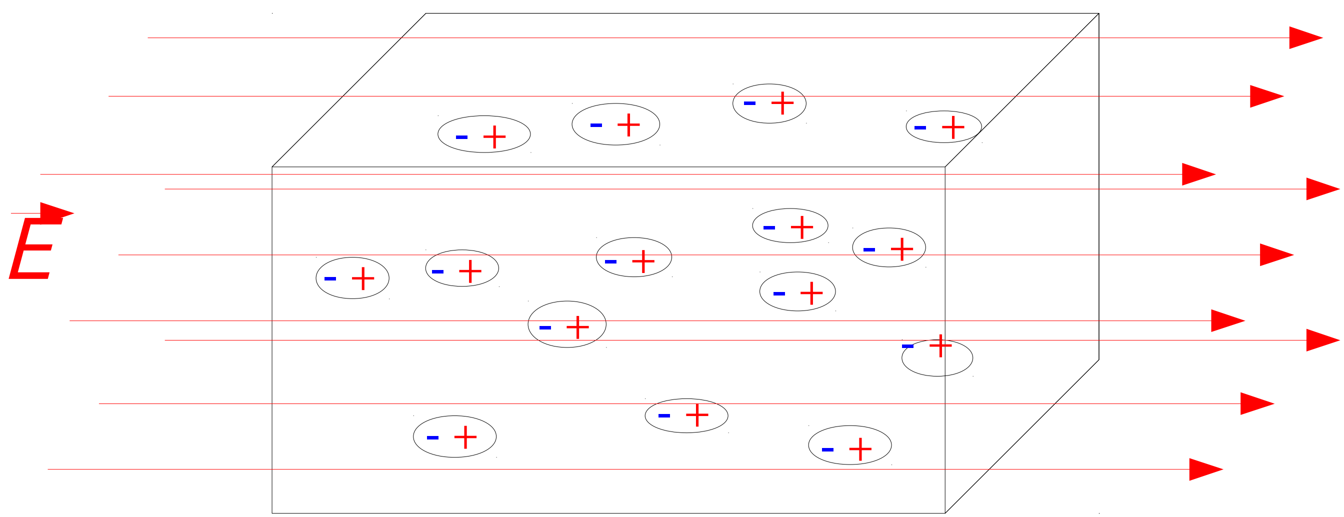


分子全体では
常に中性

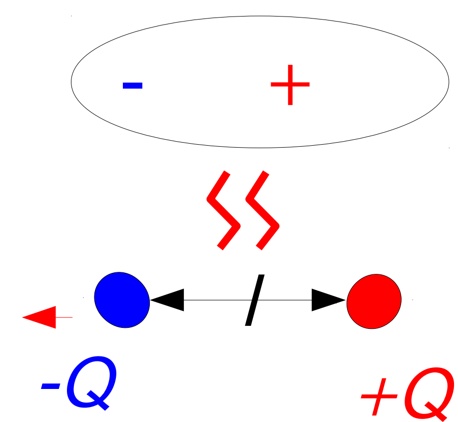


電荷の局在は無い

電場があると

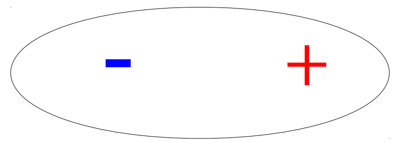


電場により分極



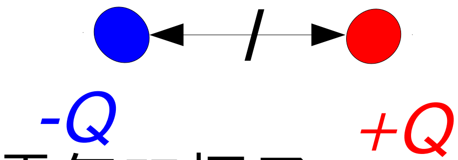
電気双極子

分極による電気双極子は外場と反対方向に電場をつくる。



分極

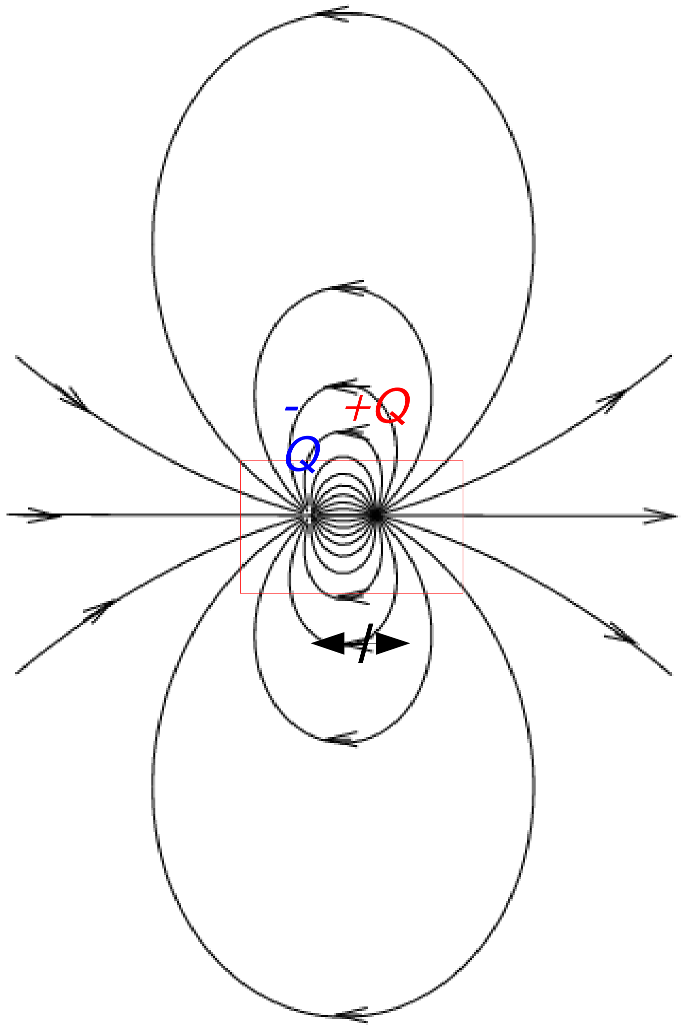
=



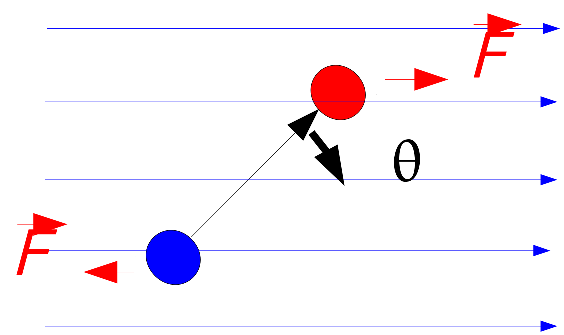
電気双極子

$p \equiv l \cdot Q$:電気双極子モーメント

l を $\vec{l}$ (負の電荷から正の電荷向かうベクトル)
と置き換えることで、ベクトルとして定義
することもできる。



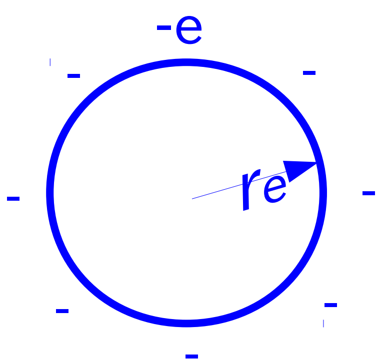
電場の中で電気双極子に働く力
は、回転力



$$N = \sin\theta \cdot l \cdot F$$
$$= E \cdot [lQ] \cdot \sin\theta$$

電場の強いところ

今日の問題:電子の古典半径 を簡単に計算する。



$$r_e = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0}\frac{1}{mc^2}$$ に、具体的な数値

$$e = -1.60217653\times10^{-19}\,[A\,sec]$$

$$m = 9.1093826\times10^{-31}\,[kg]$$

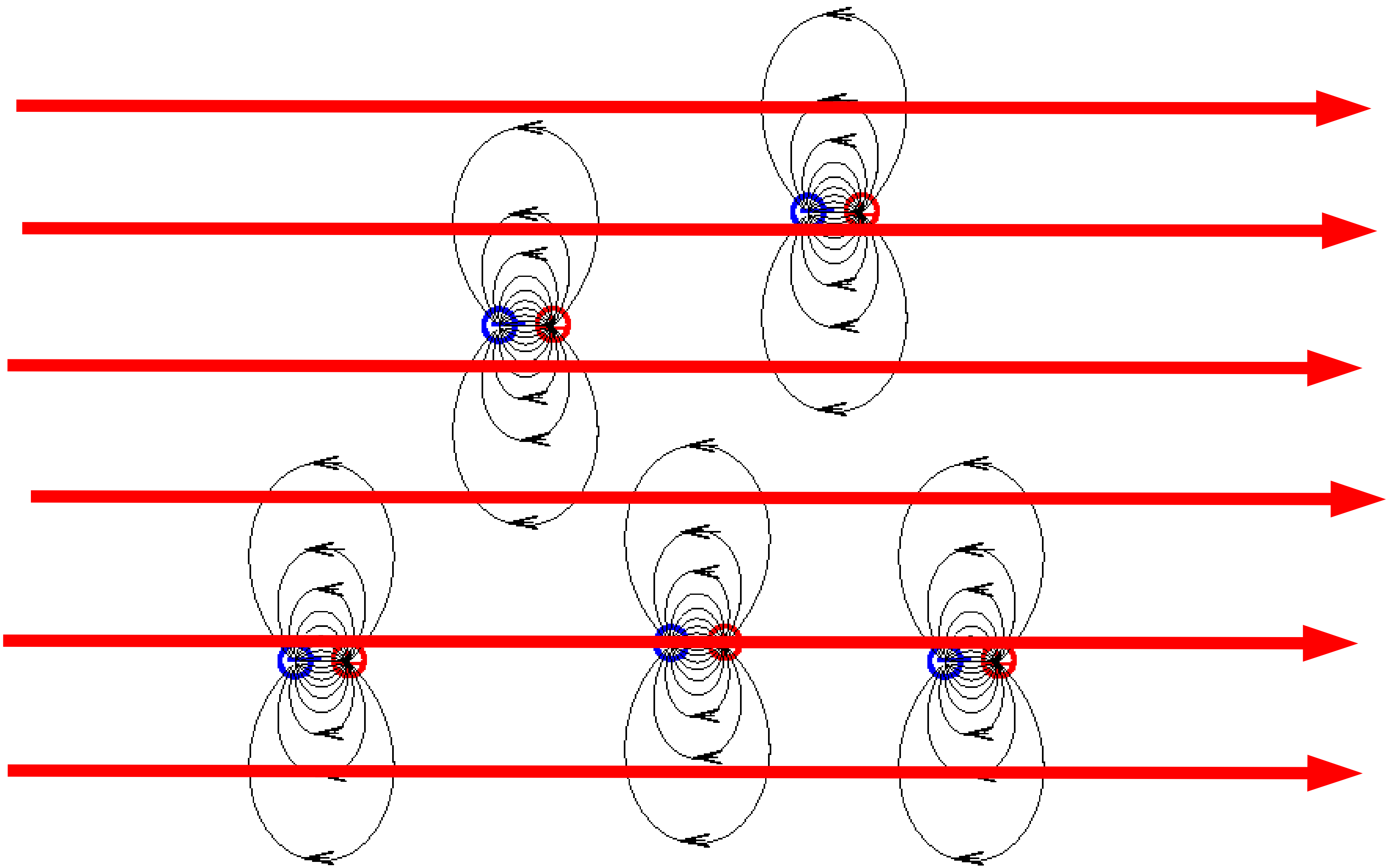
$$\varepsilon_0 = 8.85418782\times10^{-12}\,[m^{-3}\,kg^{-1}\,sec^4\,A^2]$$

$$c = 2.99792458\times10^{8}\,[m\cdot sec^{-1}]$$

を代入すると、

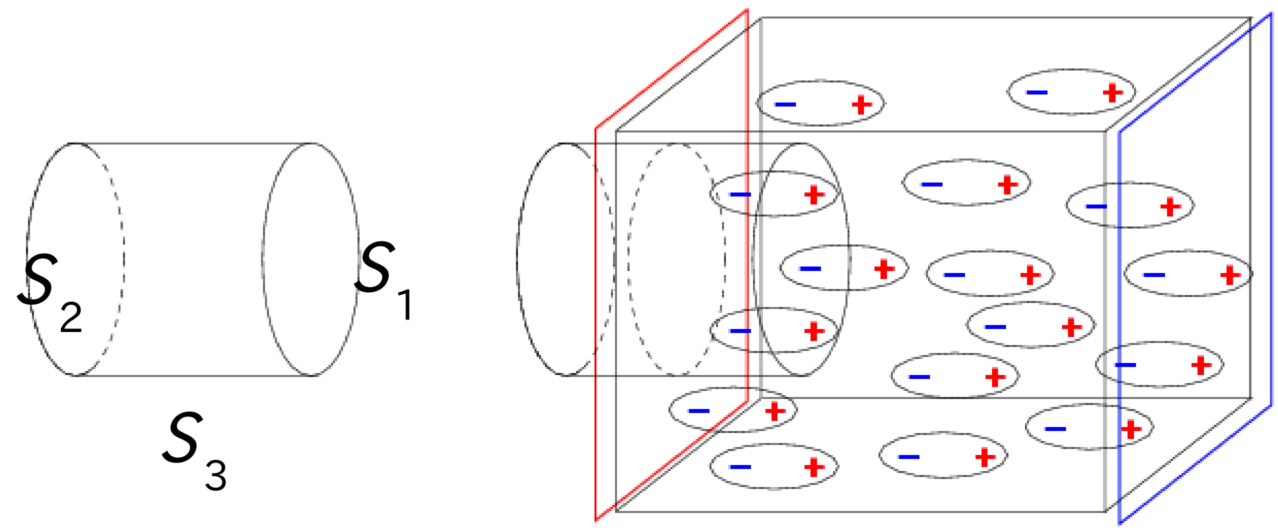
$$r_e = \frac{(1.6022\times10^{-19})^2}{8\times3.1416\times8.8542\times10^{-12}\times9.1094\times10^{-31}\times(2.9979\times10^{8})^2}\left[\frac{[A\,sec]^2}{[m^{-3}\,kg^{-1}\,sec^4\,A^2][kg][m\cdot sec^{-1}]^2}\right]$$

だが、すべての数値を1桁に四捨五入して、1桁の精度で r_e を計算せよ。



電気双極子の作る電場(黒)は、
外から与えられた、電場(赤)を打ち消す方向
==＞　与えた電場が弱められる!

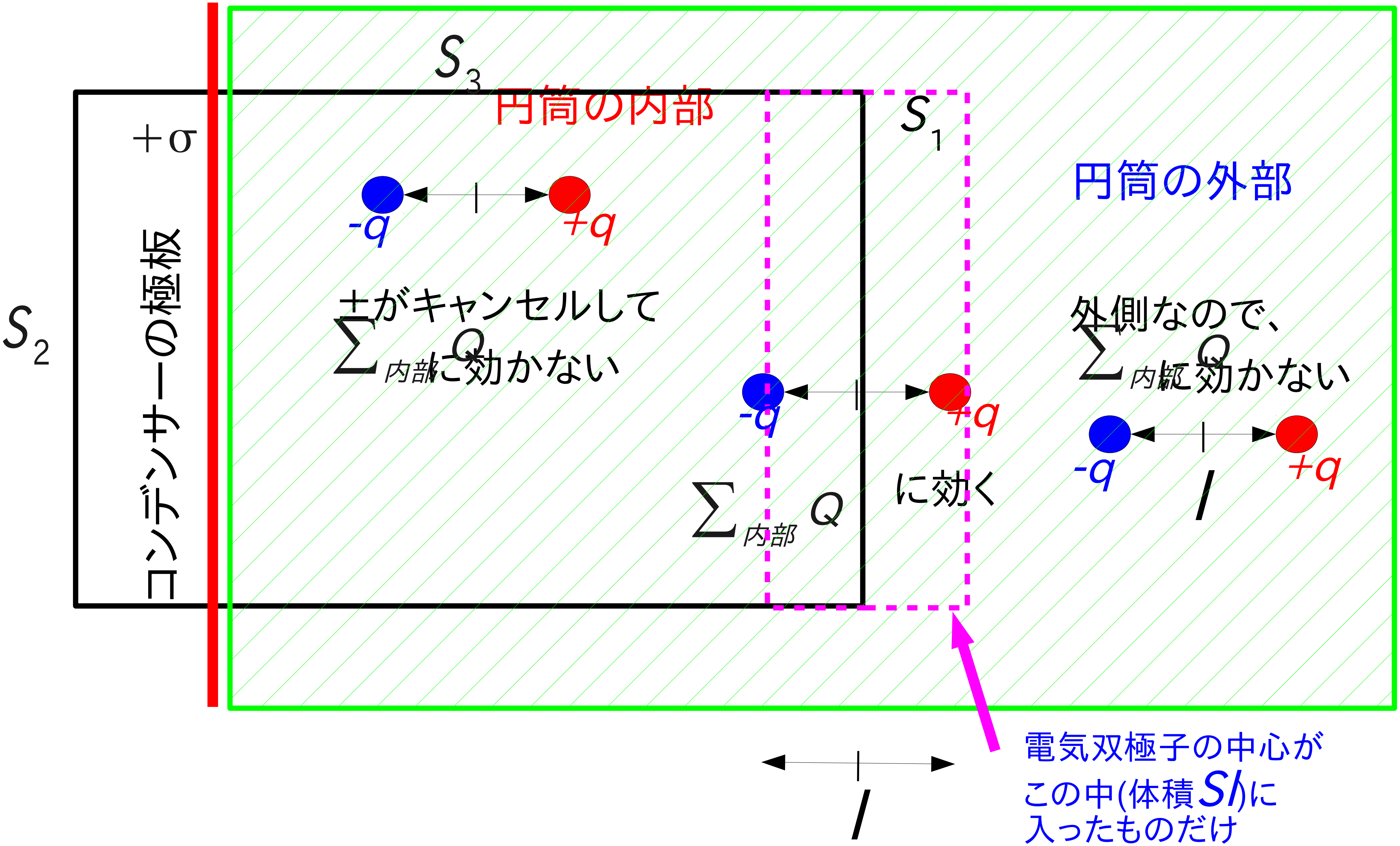
誘電体を挟んだコンデンサーにおいて、
ガウスの法則を考える。



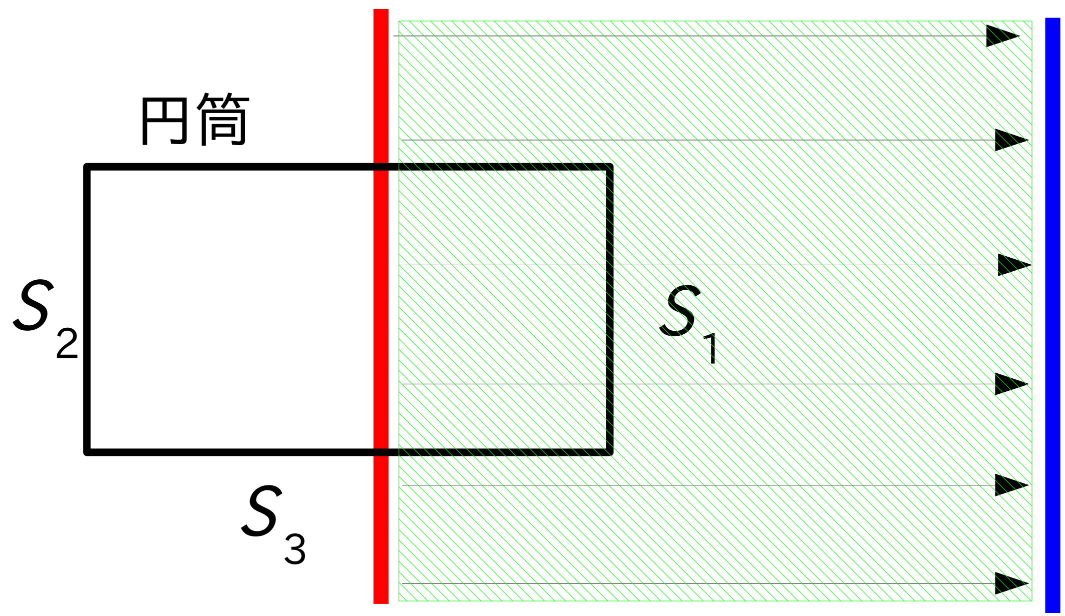
$$\int_{S1} \hat{n}\cdot \vec{E}\, dS+\int_{S2} \hat{n}\cdot \vec{E}\, dS+\int_{S3} \hat{n}\cdot \vec{E}\, dS=\frac{\sum_{\text{内部}} Q}{\varepsilon_0}$$

$$\sum_{\text{内部}} Q=\sum_{\text{内部}} Q_{\text{極版上}}+\boxed{\sum_{\text{内部}} Q_{\text{分極電荷}}}$$

(右辺) $\sum_{内部} Q = \sum_{内部} Q_{極版上} + \boxed{\sum_{内部} Q_{分極電荷}}$



面積分(ガウスの法則の左辺)の評価



$\vec{E}$ も分極の方向も $\hat{n}_1$ に平行 $$\int_{S1} \hat{n}_1 \cdot \vec{E}\, dS = \boxed{< E > \cdot S_1,}$$

左辺はこれだけが生き残る

コンデンサーの外側なので、 $$\int_{S2} \hat{n}_2 \cdot \vec{E}\, dS = 0,$$

$\vec{E}$ も分極の方向も $\hat{n}_3$ に垂直 $$\int_{S3} \hat{n}_3 \cdot \vec{E}\, dS = 0$$

(右辺の続き)

$$\sum_{内部} Q_{極版上} = \sigma \cdot S_1$$

$$\boxed{\sum_{内部} Q_{分極電荷}} = -\left[体積\ S_1 \cdot l の中の分極の数\right] \cdot q \ = -\rho_d \cdot S_1 \cdot l \cdot q$$

ρ_d:分極による電気双極子の密度

結局、ガウスの法則は

$$< E > \cdot S_1 = \frac{\sum_{内部} Q_{極板} + \sum_{内部} Q_{分極}}{\varepsilon_0}$$

$$< E > \cdot S_1 = \frac{(\sigma \cdot S_1 - \rho_d \cdot S_1 \cdot l \cdot q)}{\varepsilon_0}$$

$$< E > = \frac{(\sigma - \rho_d \cdot \boxed{l \cdot q})}{\varepsilon_0}$$

電気双極子モーメント

得られた結果の解釈

電気双極子モーメント

$$P \equiv \rho_d \cdot \boxed{l \cdot q}$$

を分極(ここでは、現象ではなく物理量)と呼ぶ。
すなわち分極現象による、電気双極子モーメントの密度の事

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

は、誘電体の無いときの(つまり真空での)電場の強さであることに注意する。

通常、平均された電場 $<E>$ を、ただ E と書くので、

$$E = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0}$$

ベクトルの関係として

$$\vec{E} = \vec{E}_0 - \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}$$

すなわち、電場の中に誘電体が置かれたとき、
分極(現象)により、誘電体内部では
分極(物理量)だけ、電場が弱められる。

さらに、

$$\vec{P}=\varepsilon_0\chi_e\vec{E}$$

（χ_eを分極率と呼び、実験で求める）

を、仮定すると、物質がなかったとき(真空)の電場は、

$$\vec{E}_0=\vec{E}+\frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}=(1+\chi_e)\vec{E}$$

と計算できる。物質がなかったとき(真空)の電場を残しておくと便利なので、少し形を変えて、

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}_0=\varepsilon_0(1+\chi_e)\vec{E}=\varepsilon\vec{E}$$

(ε を(物質の)誘電率と呼ぶ)

と、新しい場:D(電束密度)を定義しておく。すると、

$$E_0\cdot S_1=\frac{\sum_{内部}Q_{極板}}{\varepsilon_0}$$ だから、 $$D\cdot S_1=\sum_{内部}Q_{極板}$$

Dは極板上の電荷だけと関係する。

結局、誘電体があることにより、何が変わるか。

1, 公式は真空中のものと同じで、真空の誘電率が、物質の誘電率で、置き換わる。　(物質の誘電率は、実験で求める)

$$\varepsilon_0 \longrightarrow \varepsilon$$

2, ガウスの法則は、電場(E)よりも、電束密度(D)に対して
簡単に書ける。(分極電荷を無視して良いため)

$$\int_{[閉曲面]} \vec{E} \cdot \hat{n}\, dS = \frac{\sum_{[内部]} Q_{極板上} + \sum_{[内部]} Q_{分極}}{\varepsilon_0}$$

$$\rightarrow \int_{[閉曲面]} \vec{D} \cdot \hat{n}\, dS = \sum_{[内部]} Q_{極板上}$$

3, 力、電位差を計算する時は、物質中の(平均)電場 E を用いる。
電束密度(D)は仮想的な場である。

物質のある時、力や電位差には、物質中の電場を用いる。

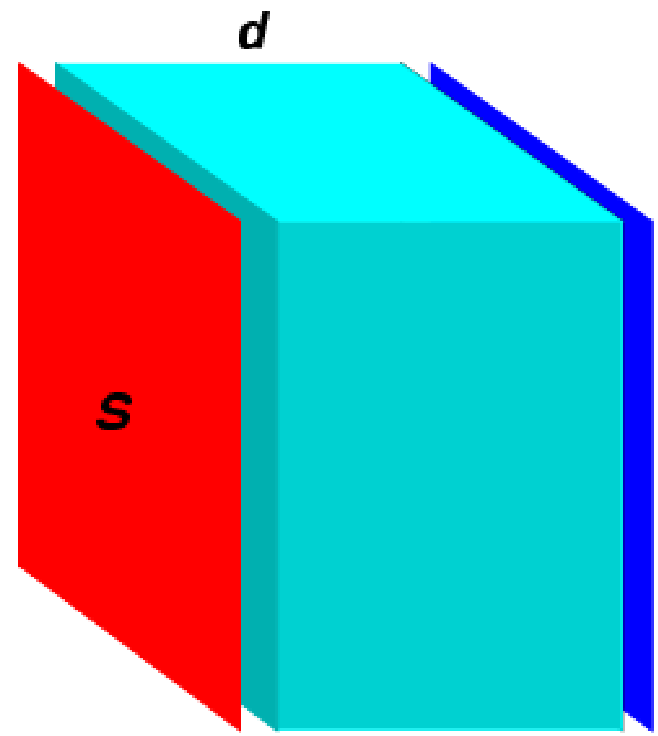
コンデンサーの極板の電位差は、

また

$$V = \boxed{E} \cdot d = \frac{1}{1+\chi_e} E_0 d = \frac{1}{1+\chi_e} \frac{Q}{\varepsilon_0 S} d$$

より、

$$\varepsilon = \varepsilon_0 (1+\chi_e)$$



したがって、コンデンサーの容量は

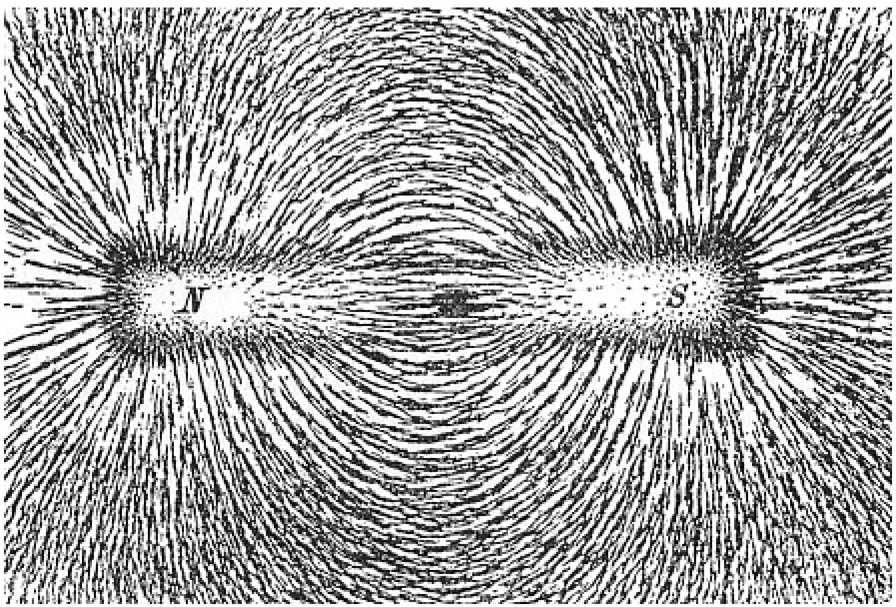
$$V = \frac{Q}{\varepsilon S} d$$

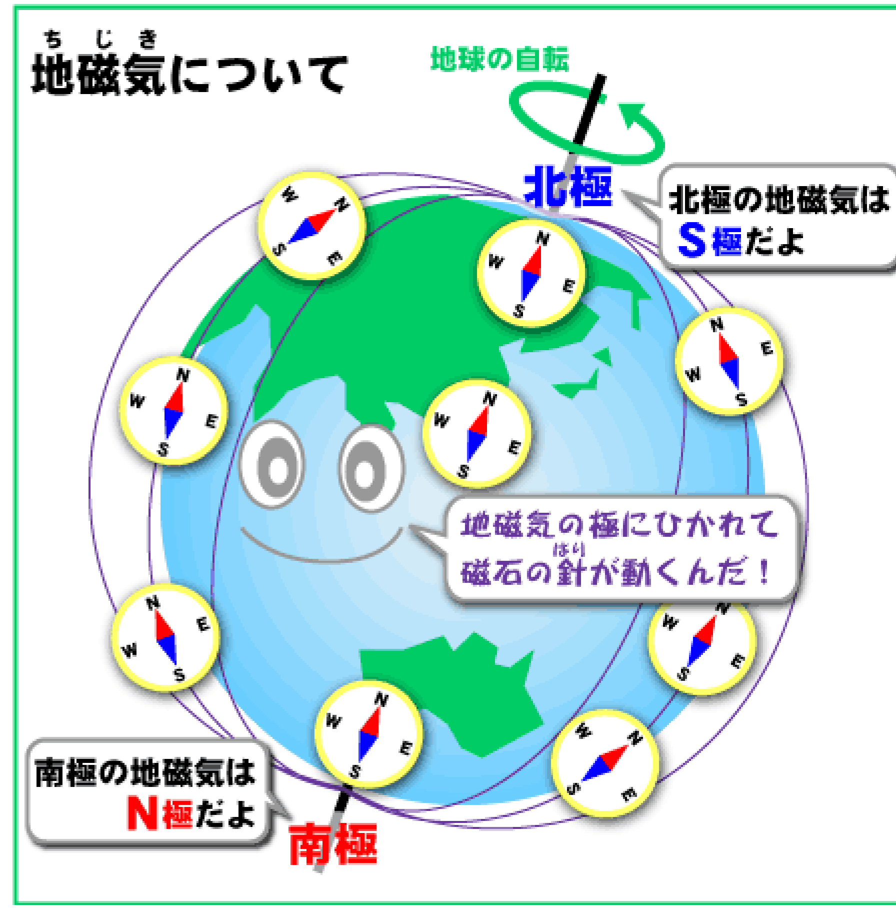
$$C = (1+\chi_e) \frac{\varepsilon_0 S}{d} = \frac{\varepsilon S}{d}$$

と $\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 1+\chi_e$ 倍される。(ε_0 　εが　に置き換わる)

磁性

しかし、電荷 に相当する「磁荷」は見つかっていない。

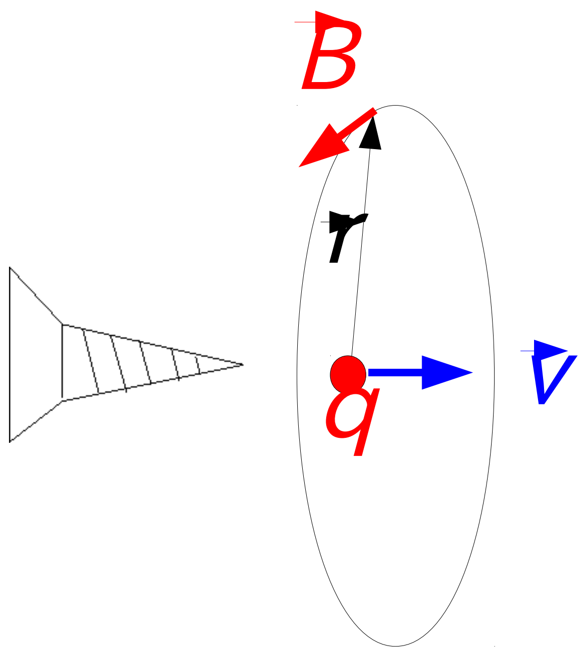




磁荷: 別名磁気単極子

なら、「誰が」磁場をつくっているのか？
磁性の「犯人」も、やっぱり電荷

電荷が動くと、磁力線と言う輪をつくる。



つくる電荷の大きさに比例
強さは距離の二乗に反比例
} 電場と共通

- 方向を表すため、外積を用いる。
- 作られる磁場の強さは電荷の速度にも比例する、

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot q \frac{\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$

内積と外積　(· と ×)

(注、·は普通の掛け算でも使う。)

内積　$\vec{a}\cdot\vec{b}=a\cdot b\cdot\cos\theta$

二つのベクトルから
普通の数(スカラー)へ

外積　$\vec{a}\times\vec{b}=\vec{c}$

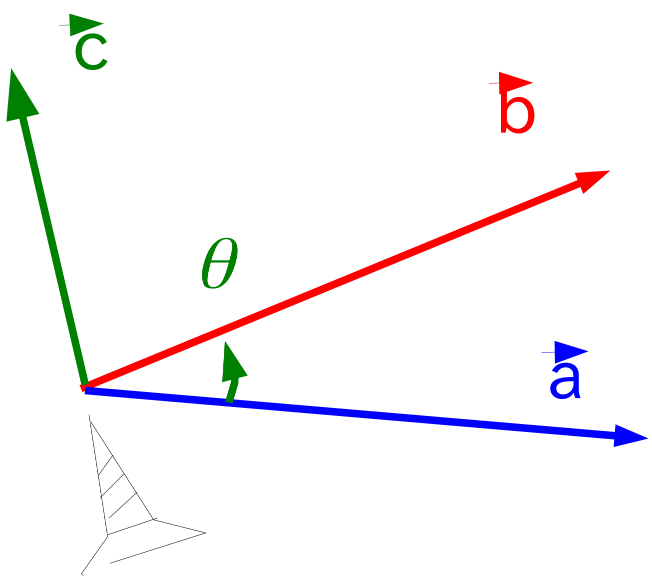
二つのベクトルから
ベクトルへ

大きさ　$a\cdot b\cdot\sin\theta$

方向は右ネジの進行方向

$(\rightarrow\ \vec{b}\times\vec{a}=-\vec{a}\times\vec{b})$

掛ける順番で結果が変わる!

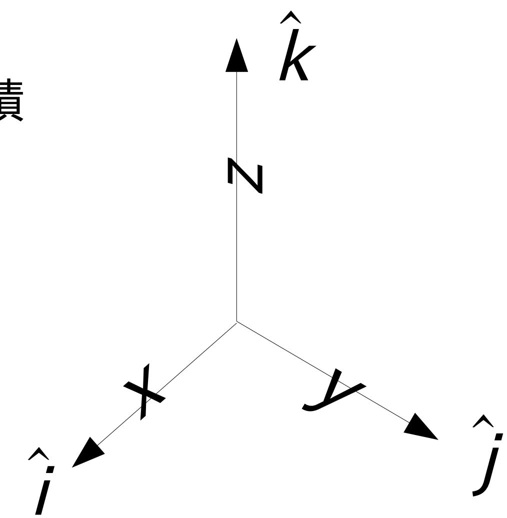


座標軸に平行な
単位ベクトルの外積

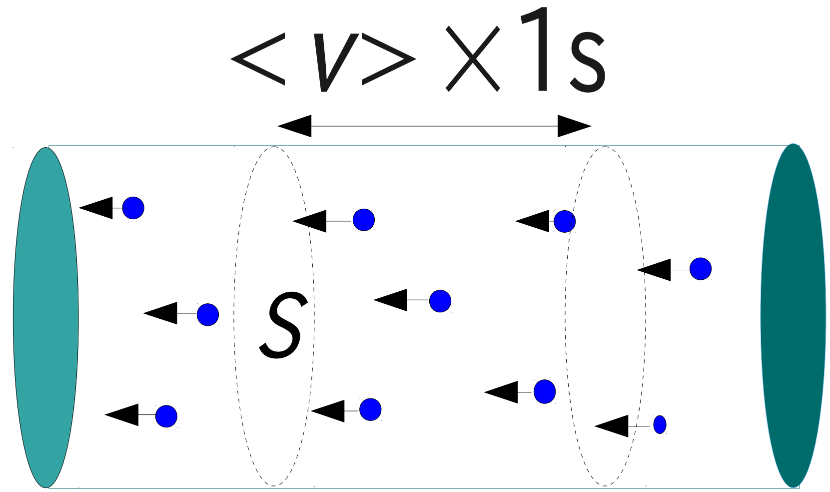
$\hat{i}\times\hat{j}=\hat{k}$

$\hat{j}\times\hat{k}=\hat{i}$

$\hat{k}\times\hat{i}=\hat{j}$



電流



断面積

単位時間(1s)に断面を通過する電荷の量 = 体積 $[S<v>]$ の中の移動できる電荷

(方向も考えて)

$$\boxed{\vec{I} = -e\rho_e S<\vec{v}>}$$

ただし、ρ_e は移動できる電子(自由電子)の密度

粘性抵抗(速度に比例する抵抗)を仮定すると、 $<\vec{v}> = \alpha\vec{E}$

ここでα は導体の性質により決まる定数。

(方向を忘れて、)

$$I = e\rho_e S\cdot\alpha\frac{V}{l} = \boxed{\frac{S}{l}[e\rho_e\alpha]}V$$

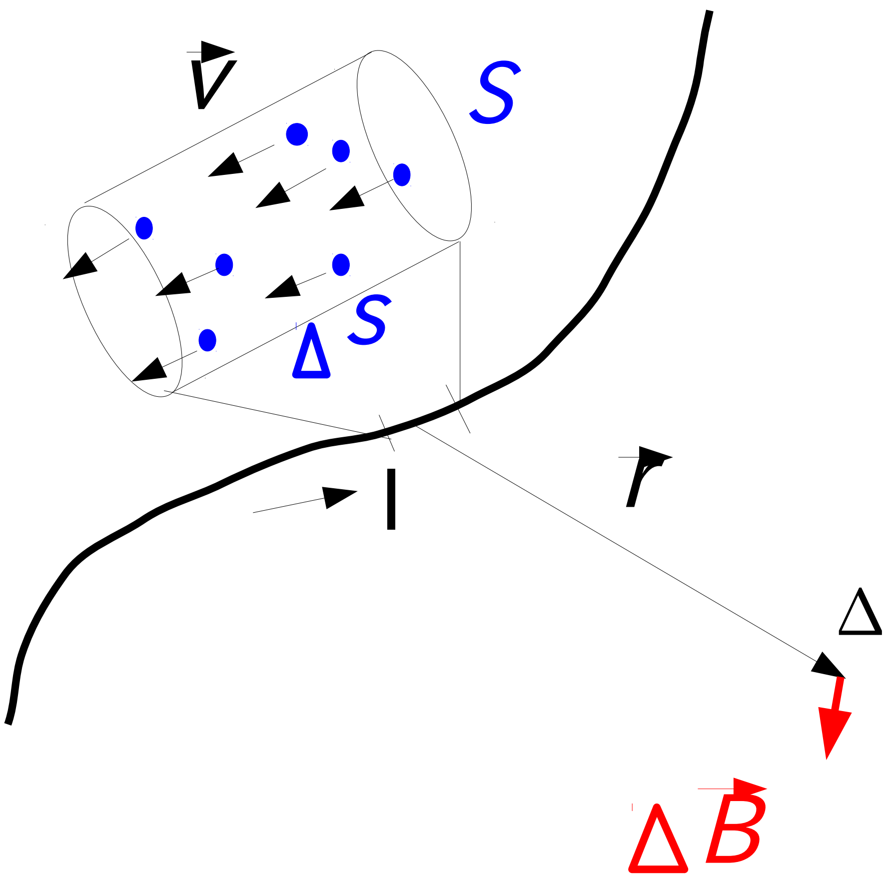
電流が電位差に比例する

電流がつくる磁場 (電流と磁場は相性がよい)

短い区間を流れる電流のつくる磁場は、その中の
電荷(電子)のつくる磁場の合計で与えられる。

$$\vec{I}=-e\rho_e S<\vec{v}>$$ 電流の定義

$$\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot(-e)\frac{\vec{v}\times\hat{r}}{r^2}$$ 電子一個のつく磁場



この区間の中の自由電子の数は

$$N_e=\rho_e\cdot S\cdot\Delta s$$

したがって、

$$\Delta\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{[\vec{I}\cdot\Delta s]\times\hat{r}}{r^2}=\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{\vec{I}\times\hat{r}}{r^2}\Delta s$$

ビオ・サバールの法則

変化しない(定常)電流のつくる磁場を、静磁場と呼ぶ事がある。

確認事項

二つのベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ がある。これらのベクトルの内積と、外積について、

1. $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 、 $\vec{a}\times\vec{b}$ それぞれの大きさを示せ。

2. $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 、 $\vec{a}\times\vec{b}$ それぞれの大きさが、最大になるときの条件はなにか。

3, $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 、 $\vec{a}\times\vec{b}$ それぞれの大きさが、最小(=0)になる条件はなにか。