

# 電磁気学基礎論



<http://www.scimuseum.kita.osaka.jp/~saito/job/writing/rep/2001/seidenki.htm>  
から画像をコピーしました。

ファラデーから、マクスウェルへの手紙

数学者が物理的な作用の研究にたずさわり、ある結論に到達したとき、それは

普通の言葉を使っても、数式に劣らず不足なく、表現できないものでしょうか。

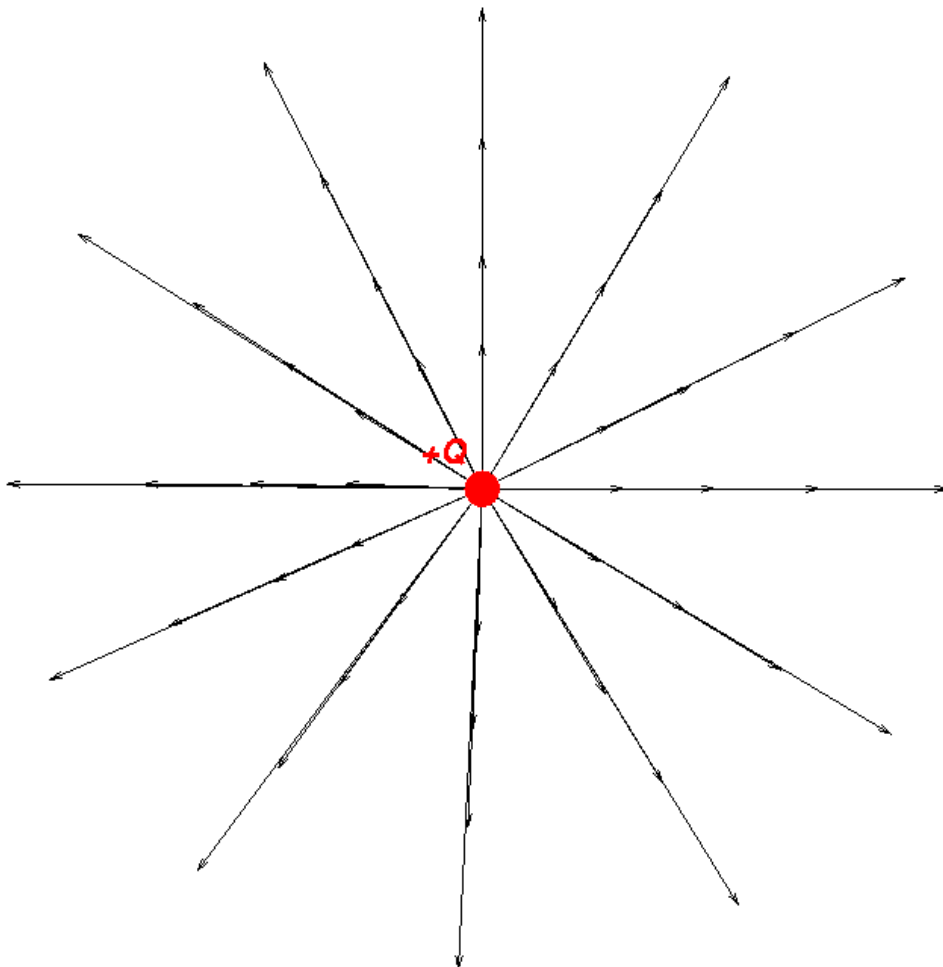
もし、そういう表現 つまり私たちも実験を通してその研究に参画できるように、

秘密の記号を翻訳した表現ができれば、私などには大変ありがたいのですが。

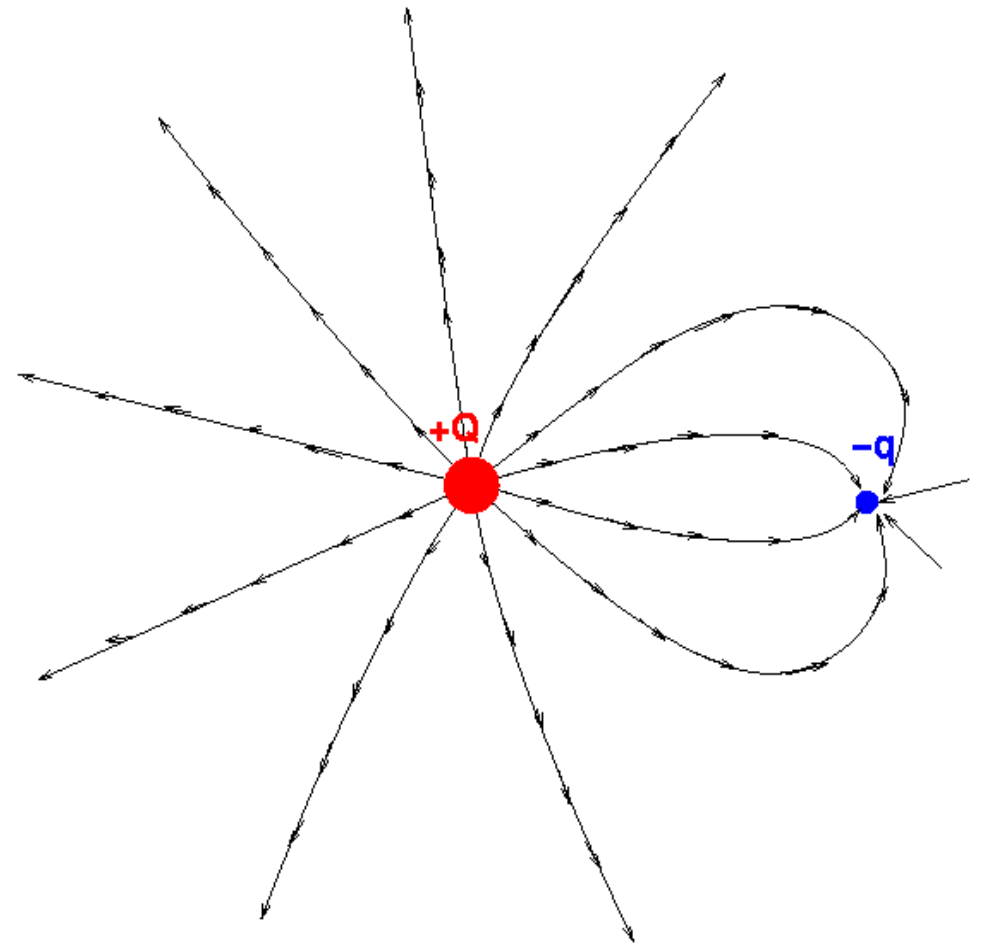
マクスウェルの答え=電気力線と磁力線

この授業の出発点

電荷からは、電気力線が伸ている



単独の電荷の場合放射状に



複数の電場では配置によって曲線を描く

電気力線を用いて、電場を電気力線で表現する。

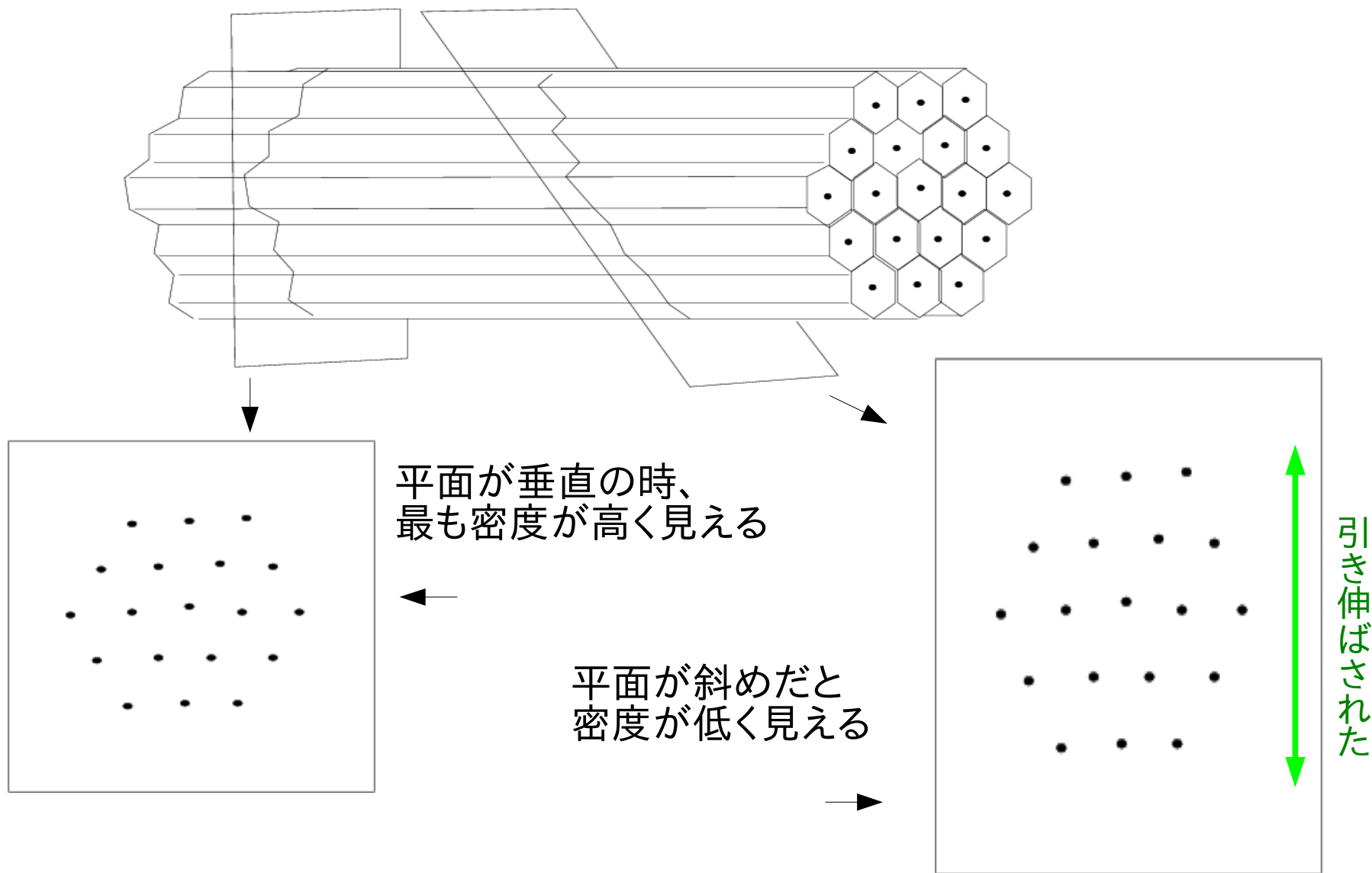
- 電気力線の密度は電場の強さに比例して、その比例定数は  $\epsilon_0$   
電気力線の密度 =  $\epsilon_0$  × 電場の強さ
- 電気力線の伸びる方向は、電場ベクトルの方向と一致する。
- 電気力線は+の電荷から-の電荷まで、または無限遠まで伸びる。  
(言い換えると電気力線は、+の電荷と-の電荷をつなぐ。)

## 定量化のため

- 大きさ +Q の電荷からは Q本の電気力線が伸びている。  
(線の数だから、整数のはずだが、実数で考える。その理由は、授業で)

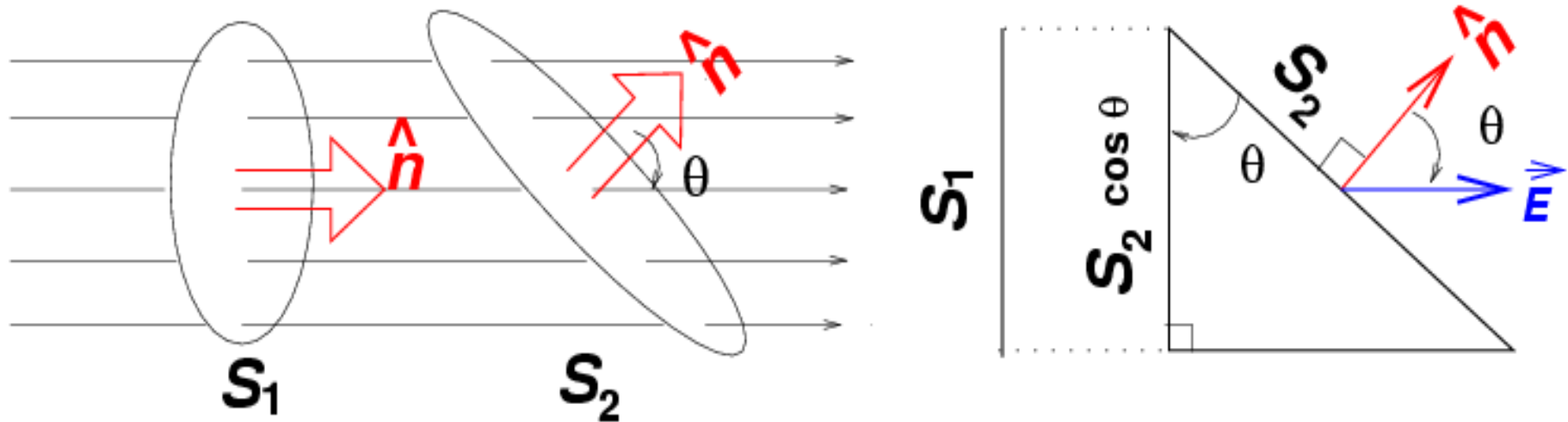
を用いて、電(磁)気学を始めよう。

電気力線の数  $\langle == \rangle$  電場の強さ



「電場の強さ」は切断面を通る本数と角度による補正で決まる

切る角度による補正 <=面積に  $\cos\theta$  を掛ける



$$\frac{N}{S_1} = \frac{N}{S_2 \cos\theta} = \frac{N}{S_2 \hat{n} \cdot \frac{\vec{E}}{E}} = \varepsilon_0 E \quad (\text{電場の強さ})$$

内積で  $\cos\theta$  を作る

$$N = \varepsilon_0 (\vec{E} \cdot \hat{n}) S \quad \text{電場から、電気力線の数を求める方法}$$

とりあえず、電場に垂直な平面に対し

$$N = \epsilon_0 (\vec{E} \cdot \hat{n}) S \text{ を、}$$

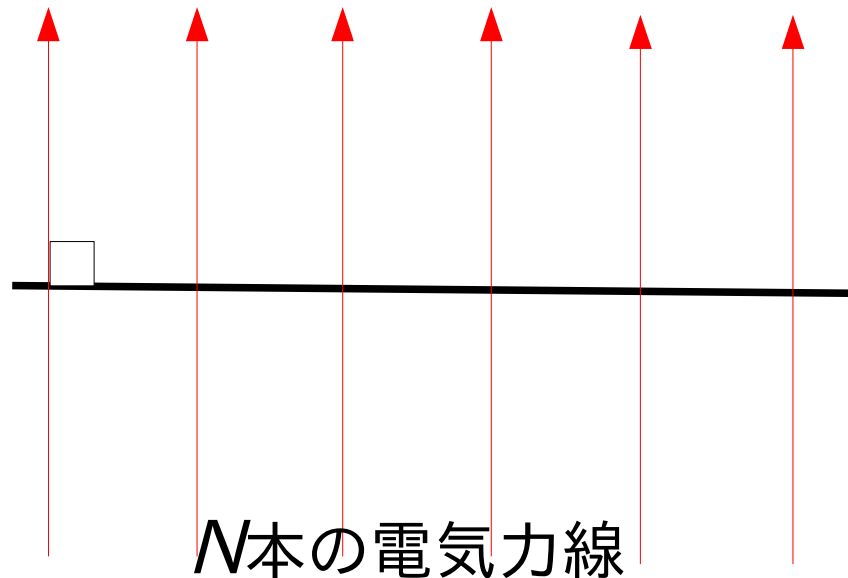
$$\cos\theta = 1 \rightarrow \hat{n} \cdot \vec{E} = E$$

なので、

$$N (\text{電気力線の数}) = \epsilon_0 (\text{定数}) \times E (\text{電場の強さ}) \times S (\text{面積})$$

横から見ると、

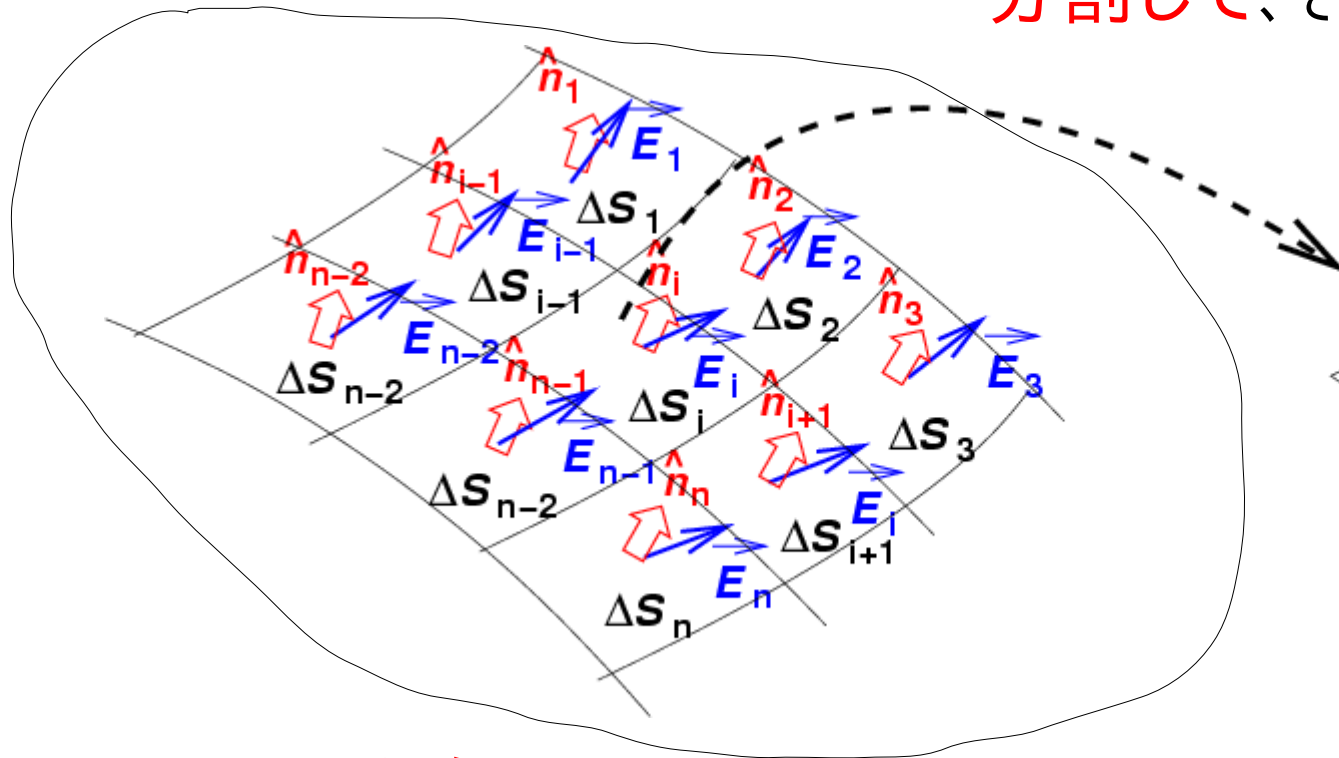
面積  $S$  の  
平面



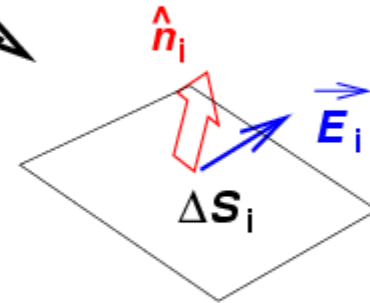
こんな感じ

# 一般的な曲面を通る電気力線を数える方法

分割して、それぞれの微小面積の上で



$$N_i = \epsilon_0 (\vec{E}_i \cdot \hat{n}_i) \Delta S_i \text{ (本)}$$



全体の和を取る

$$N = N_1 + \dots + N_i + \dots = \sum_i N_i = \epsilon_0 \sum_i (\vec{E}_i \cdot \hat{n}_i) \Delta S_i$$

形式的な積分の形に

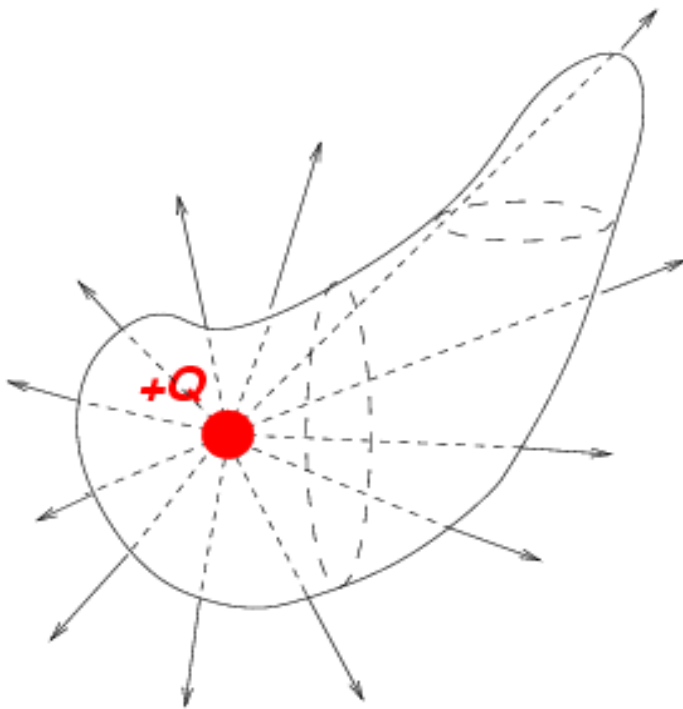
$$N = \epsilon_0 \int_S (\vec{E} \cdot \hat{n}) dS$$

面でこの操作=>面積分



電荷を中心とする球面を、任意の閉曲面に変えたら、  
→ **ガウスの法則**

電荷が閉曲面の内側の場合、



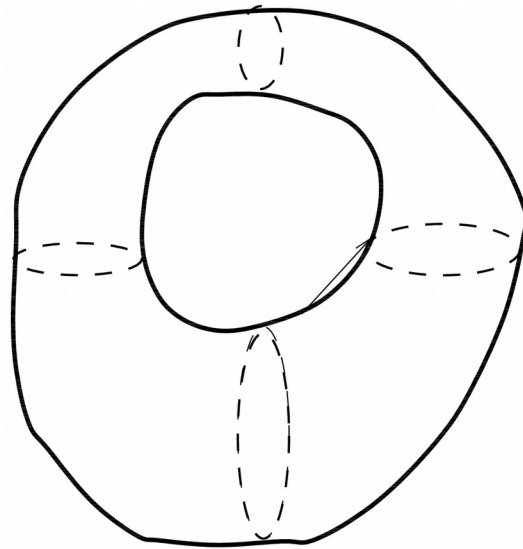
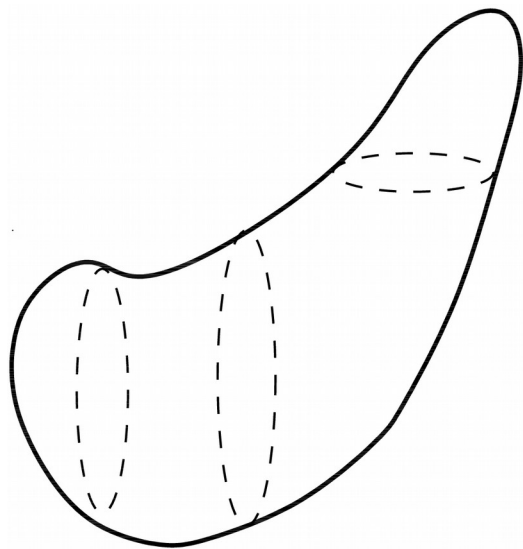
$$\epsilon_0 \int_S (\vec{E} \cdot \hat{n}) dS = Q (= N)$$

電荷から伸びる  
電気力線の総数

注1、閉曲面とは、縁の無い閉じた曲面の事。

注2、 $\hat{n}$  : 通常外向き、つまり、内から外の方

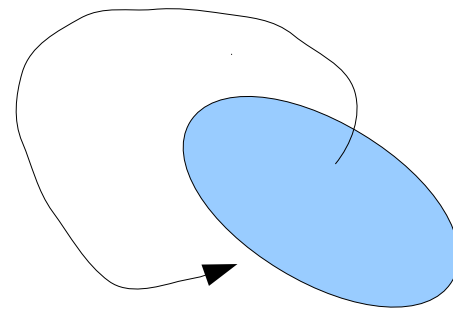
## もう少し、閉曲面について



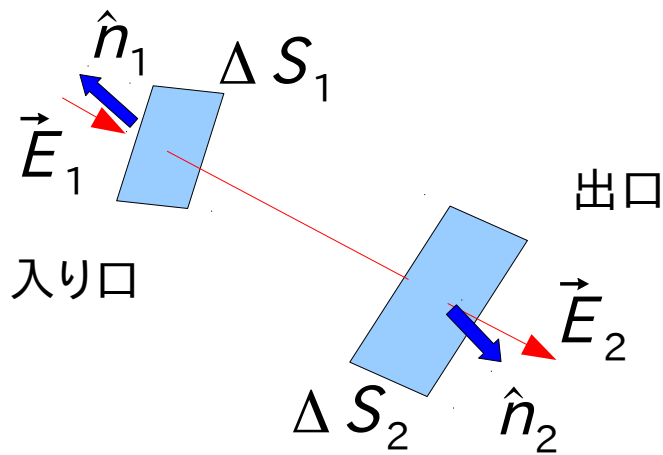
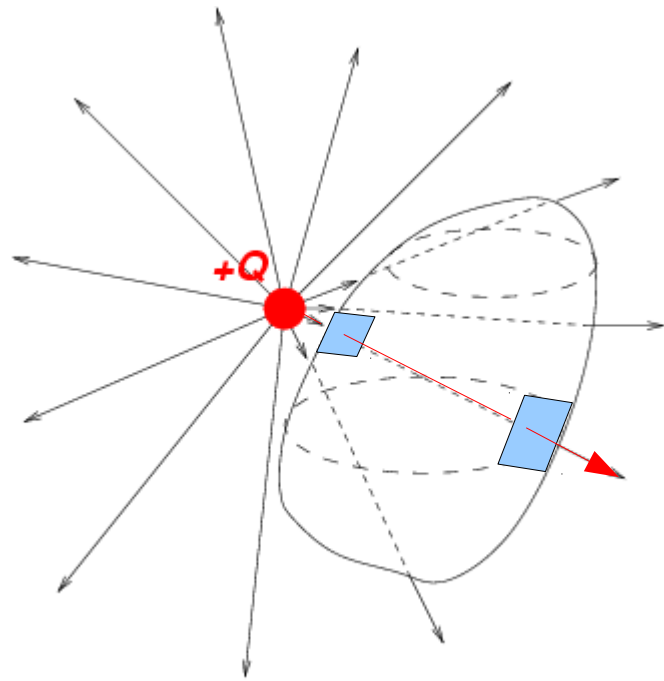
1. この面には、縁(へり)が無い。
2. この面は、内側と外側を区別する。
3. 物体(3次元の)の表面は閉曲面である。

### 反対語は、開曲面

1. 縁のある曲面。
2. 曲面を通らず、曲面の両側を結ぶことができる。
3. 閉曲面の一部を取り出すと、開曲面。



# 電荷が閉曲面の外側の場合



一本の電気力線が、閉曲面に入る点と出る点に注目。  
それぞれ大きさは1(本)だが、計算するときは、

$$(\vec{E}_1 \cdot \hat{n}_1) \Delta S_1, (\vec{E}_2 \cdot \hat{n}_2) \Delta S_2 \quad \dots(1)$$

しかし、 $\hat{n}$  の向きを考えると

$$\vec{E}_1 \cdot \hat{n}_1 < 0, \quad \vec{E}_2 \cdot \hat{n}_2 > 0$$

$\Delta S_1, \Delta S_2$  は面積なので、負にはならない。

つまり、計算式のそれぞれの大きさは1に等しいが、  
負と正であり、電気力線が面を通過する方向により、  
+、-の符号がつく。加えれば、

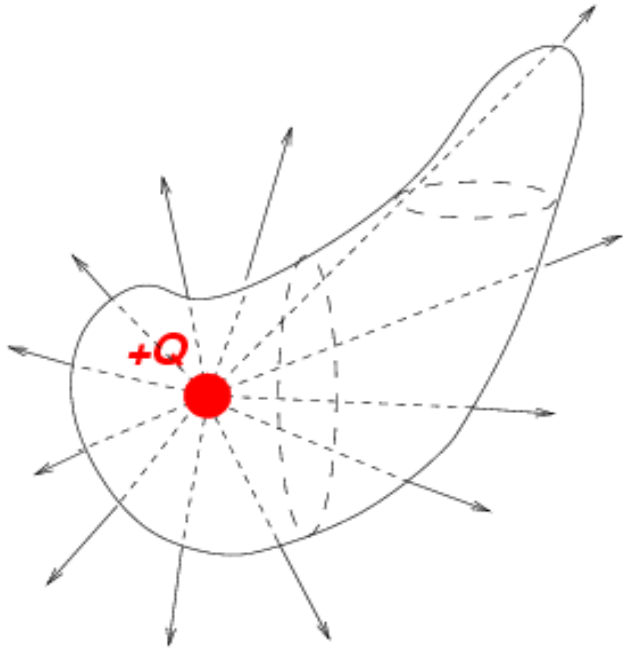
閉曲面全体で合計しても、

$$(\vec{E}_1 \cdot \hat{n}_1) \Delta S_1 + (\vec{E}_2 \cdot \hat{n}_2) \Delta S_2 = 0$$

となる。

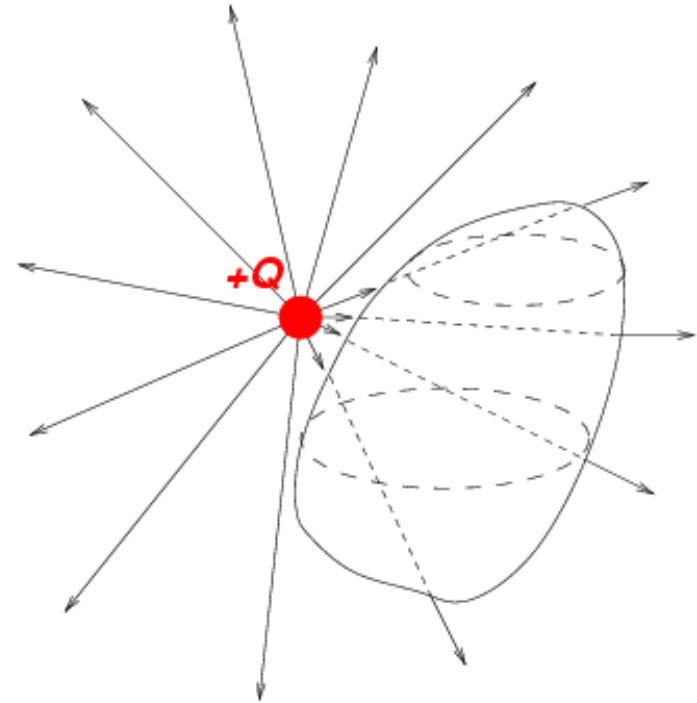
$$\int_S (\vec{E} \cdot \hat{n}) dS = 0$$

# ガウスの法則まとめ



電荷が閉曲面の内側の場合、

$$\epsilon_0 \int_S (\vec{E} \cdot \hat{n}) dS = Q$$



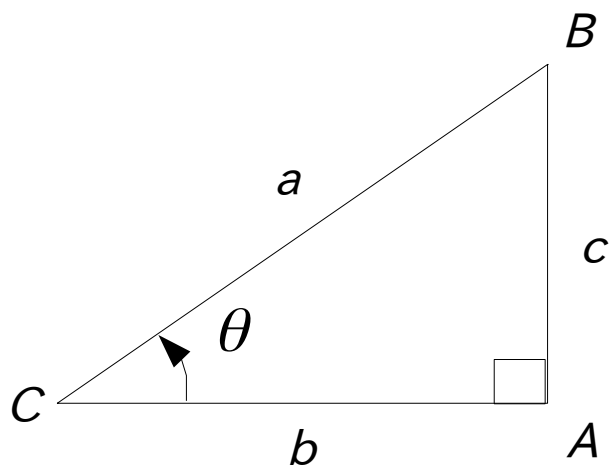
電荷が閉曲面の外側の場合

$$\epsilon_0 \int_S (\vec{E} \cdot \hat{n}) dS = 0$$

必要になる、高校で学んだ**数学的基礎**。ともかく覚えて使ってしまおう。

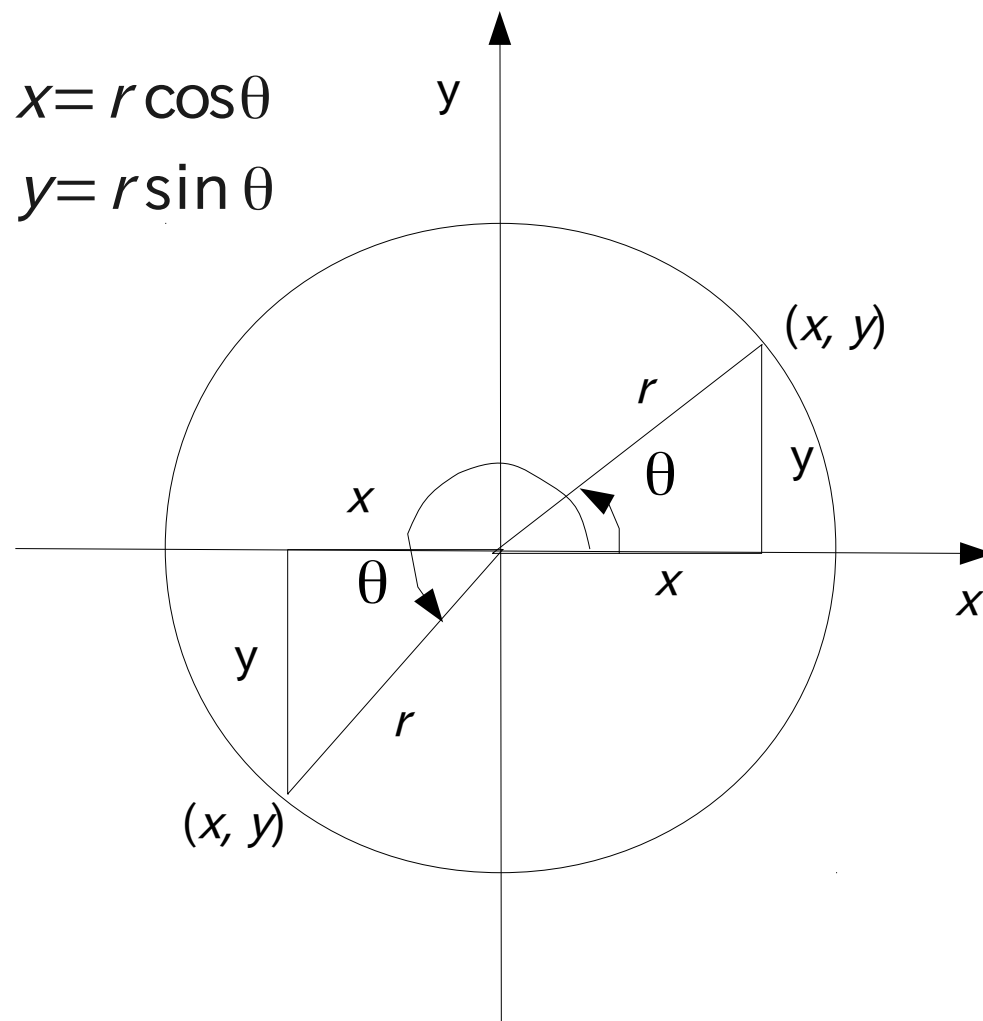
## 三角関数

半径 $r$ の円を考え、座標軸と関連させると便利



$$\sin \theta = \frac{c}{a} \quad \cos \theta = \frac{b}{a}$$

$$\tan \theta = \frac{c}{b} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$



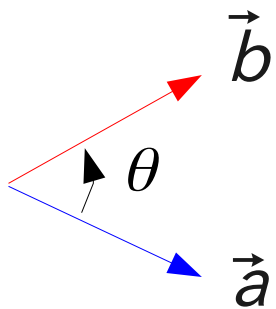
つまり、下のよう書ける。

$$(x, y) = (r \cos \theta, r \sin \theta)$$

**ベクトル**: 方向と大きさを持った概念。

i、角度と長さで表す。

ベクトルが2つある時、両者の成す角は内積と関係する。



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos \theta$$

( $a = |\vec{a}|$ ,  $b = |\vec{b}|$  を、暗黙の了解とする。)

特に、 $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$  の時、

$\vec{a}$  と  $\vec{b}$  が垂直であれば、

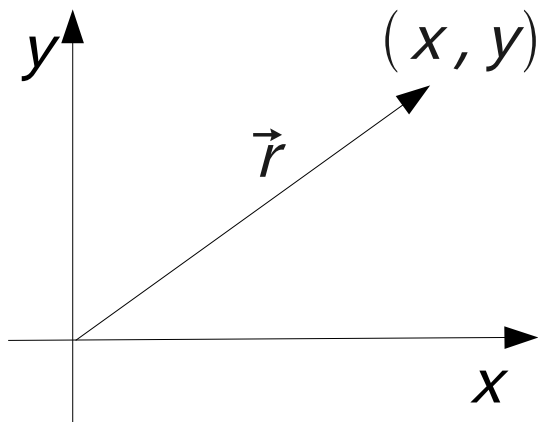
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \quad (\theta = \pm \frac{\pi}{2})$$

が平行であれば、

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \quad (\theta = 0)$$

ii、座標軸を仮定し、成分で  $\vec{r} = (x, y)$  のように表すこともある。 (例: 位置ベクトル)

$\vec{a} = (a_x, a_y)$ 、 $\vec{b} = (b_x, b_y)$  とすると、



内積は、

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y$$

と計算できる。

# 物理でつかう微分と積分

## 微分

数学的には極限操作

$$f'(x) = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (\Delta x \rightarrow 0)$$

物理では、

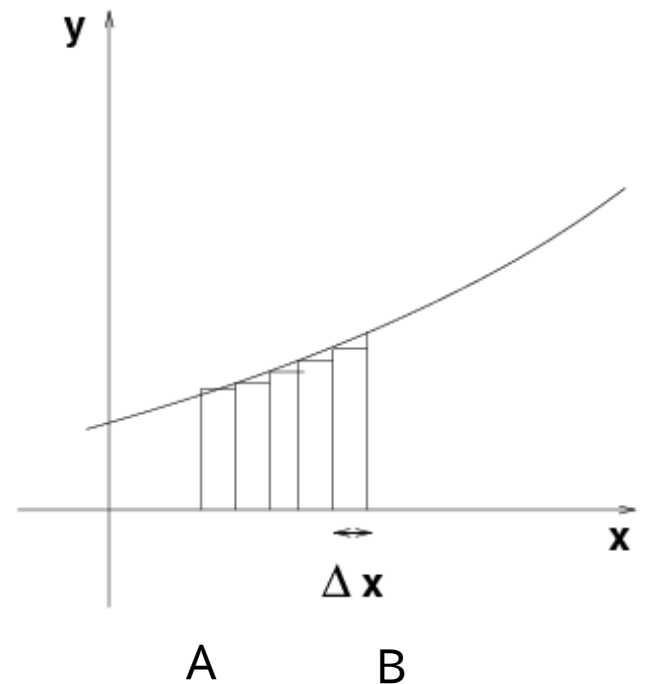
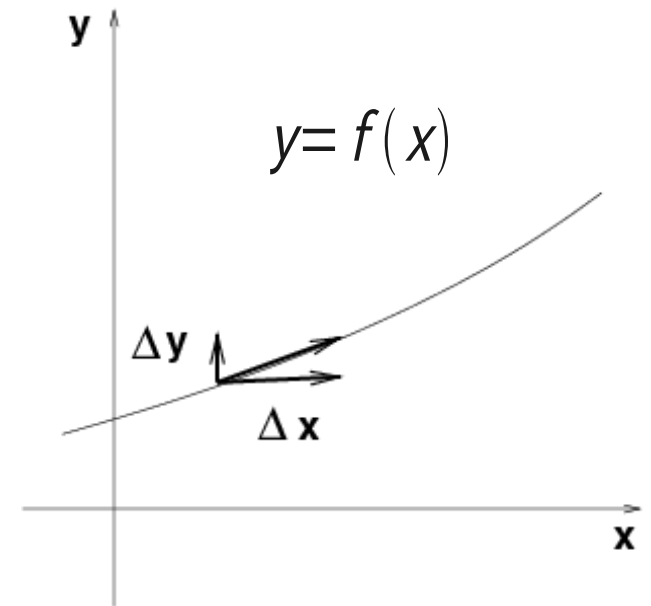
$$\frac{dy}{dx} \simeq \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

小さい量の比(割り算)。

## 積分

$$\int_A^B f(x) dx \simeq \sum_i f(x_i) \Delta x_i$$

物理では、小さく分割した上で、足し合わす。



# 簡単な例で、分割した和と積分の比較

関数  $y = a \cdot x$  と、 $x$  軸、  $x = X$  で囲まれた面積を求める。

分割で、

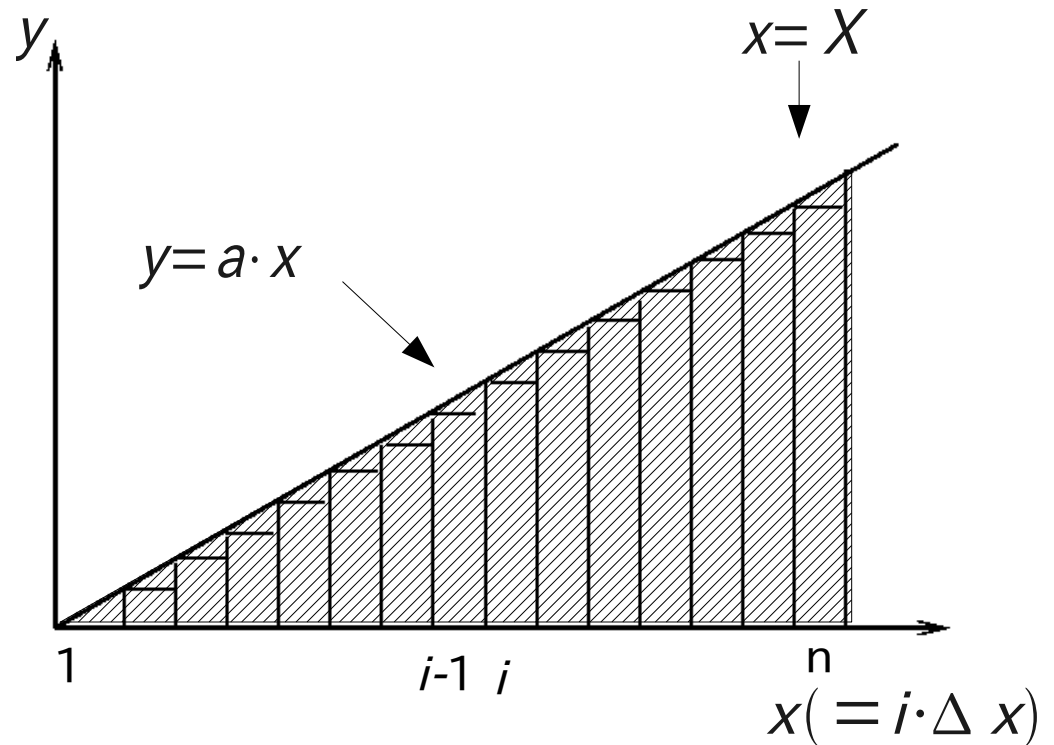
$$I_n = \sum_{i=1}^n y_i \cdot \Delta x = \sum_{i=1}^n (i-1) \Delta x^2$$
$$= \frac{n(n-1)}{2} \Delta x^2 = \frac{1}{2} \left( x^2 - \frac{X}{n} \right)$$

ただし、 $\Delta x = \frac{X}{n}$  とおいた。

積分では、

$$I = \int_0^X x dx = \frac{1}{2} x^2$$

両者の差は、 $\frac{X}{n}$  であり、 $n$  を大きくとると **いくらでも** その差を小さくできる。  
(これが数学の極限の意味)





## 初等関数の、微分、不定積分の例

$$\frac{dx^n}{dx} = n x^{n-1}$$

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C \quad (n \neq -1)$$

$$\frac{d \sin(ax)}{dx} = a \cos(ax)$$

$$\int \sin(ax) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax) + c$$

$$\frac{d \cos(ax)}{dx} = -a \sin(ax)$$

$$\int \cos(ax) dx = \frac{1}{a} \sin(ax) + c$$

$$\frac{de^{ax}}{dx} = a e^{ax}$$

$$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + C$$

$$\frac{d \log_e(x)}{dx} = \frac{1}{x}$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \log_e |x| + C$$

以上が基礎となる微分、積分の公式であり、このぐらい知っていれば十分

http://  
www.scat120.com/

Marine optics Lab.(Oishi Lab.)海洋光学 大石研究室 大石友彦Ph.D. 東海大学海洋学部 - Iceweasel

ファイル(F) 編集(E) 表示(V) 履歴(S) ブックマーク(B) ツール(T) ヘルプ(H)

http://www.scat120.com/

よく見るページ Latest Headlines

Marine optics Lab.(Oishi Lab... +

marine optics laboratory (Oishi Lab., Tokai Univ., JAPAN).  
東海大学 海洋学部 清水教養教育センター 物理教室 えせ教授 大石友彦

Total 14726 Today8 Yesterday9

海洋光学

ヨッシャ!

基礎海洋学 (物理分野)

[第一回目講義\(mhtml\)](#)  
[第一回目講義\(パワーポイント\)](#)  
[第1回目講義\(PDF\)](#)

[第二回目講義\(mhtml\)](#)  
[第二回目講義\(パワーポイント\)](#)  
[第2回目講義\(PDF\)](#)

[第三回目講義\(mhtml\)](#)  
[第三回目講義\(パワーポイント\)](#)  
[第3回目講義\(PDF\)](#)

基礎電磁気学 (本田)

[基礎電磁気学資料](#)

[Coriolis実験ビデオ1](#)  
[Coriolis実験ビデオ2](#)

リンク集  
[うみガエルWEB-海洋物理学-](#)

[PowerPoint Viewer 2007](#)  
[Adobe Reader](#)

Keyword: 海洋光学, レーザー自己混合, 前方散乱, 後方散乱, 微小角散乱, 大石友彦  
keyword: marine optics, forward scattering, backward scattering, backscattering  
favicon.icoを設定しました (2009年6月6日)